

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Пекаревский Борис Владимирович  
Должность: Проректор по учебной и методической работе  
Дата подписания: 31.10.2023 16:51:46  
Уникальный программный ключ:  
3b89716a1076b80b2c167df0f27c09d01782ba84



**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Санкт-Петербургский государственный технологический институт  
(технический университет)»  
(СПбГТИ(ТУ))**

**УТВЕРЖДАЮ**

**Проректор по учебной и  
методической работе**

**Б. В. Пекаревский**

**« 29 » апреля 2019 года**

**Рабочая программа дисциплины  
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**

Направление подготовки

**09.03.03 Прикладная информатика**

Направленность программы бакалавриата

**Прикладная информатика в химии**

Квалификация

**Бакалавр**

Форма обучения

**Очная**

Факультет **информационных технологий и управления**

Кафедра **математики**

Санкт-Петербург

2019

## ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ

Должность	Подпись	Ученое звание, фамилия, инициалы
Разработчик		д.ф.-м.н. А. А. Груздков

Рабочая программа дисциплины «Математический анализ» обсуждена на заседании кафедры математики

Протокол от «11» апреля 2019 № 7

Заведующий кафедрой

А. А. Груздков

Одобрено учебно-методической комиссией факультета информационных технологий и управления

протокол от «24» апреля 2019 года №8

Председатель

В. В. Куркина

## СОГЛАСОВАНО

Руководитель направления подготовки «Прикладная информатика»		И. В. Новожилова
Директор библиотеки		Т. Н. Старостенко
Начальник методического отдела учебно-методического управления		Т. И. Богданова
Начальник УМУ		С. Н. Денисенко

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.....	4
2. Место дисциплины в структуре образовательной программы .....	6
3. Объем дисциплины.....	6
4. Содержание дисциплины.....	7
4.1. Разделы дисциплины и виды занятий .....	7
4.2. Формирование индикаторов достижения компетенций разделами дисциплины .....	7
4.3. Занятия лекционного типа .....	8
4.3 Занятия семинарского типа .....	12
4.4. Самостоятельная работа обучающихся.....	14
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине .....	15
6. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации .....	15
7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины .....	16
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины .....	19
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.....	19
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине .....	19
10.1. Информационные технологии.....	19
10.2. Программное обеспечение.....	19
10.3. Базы данных и информационные справочные системы .....	20
11. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине .....	20
12. Особенности освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья .....	20
Фонд оценочных средств .....	21

## 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения (дескрипторы)
<p><b>ОПК-1</b> Способен применять естественнонаучные и общетеоретические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности</p>	<p><b>ОПК-1.6</b> Применение математического анализа к решению прикладных задач</p>	<p><b>Знать:</b> формальное определение и содержательный смысл понятий бесконечно малой, бесконечно большой, непрерывности и дифференцируемости функции, производной (ЗН-1); формальные определения и содержательный смысл понятий экстремума, выпуклости, перегиба (ЗН-2); точные определения и содержательный смысл понятий первообразной неопределённого и определённого интеграла (ЗН-3); понятие функции нескольких переменных, точные определения понятий её предела, непрерывности, частных производных, производных по направлению, градиента, экстремума и формулировки основных теорем. (ЗН-4); что такое дифференциальное уравнение, условия существования и единственности его решения (ЗН-5); определение суммы числового ряда, признаки сходимости, понятие области сходимости функционального ряда, различие поточечной и равномерной сходимости, основные теоремы о разложении функций в степенной ряд и ряд Фурье (ЗН-6); определения, свойства и методы вычисления кратных, криволинейных, поверхностных интегралов, формулы для нахождения объёма, массы и т. д. с помощью кратных интегралов (ЗН-7); определения основных понятий векторного анализа (ЗН-8).</p> <p><b>Уметь:</b> применять формальное определение предела к доказательству утверждений, объяснять связь между дифференцируемостью и непрерывностью, применять методы дифференциального исчисления (У-1); Умеет вычислять неопределённые и определённые интегралы для стандартных типов подынтегральных выражений, оценивать корректность результа-</p>

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения (дескрипторы)
		<p>та, опираясь на знание свойств интегралов (У-2);  находить частные производные и полные дифференциалы, в том числе, высших порядков, вычислять производные сложных и неявно заданных функций, экстремумы функций двух переменных, наибольшее и наименьшее значение в замкнутой области (У-3);  интегрировать основные типы дифференциальных уравнений, находить их общие и частные решения (У-4);  исследовать числовые ряды на сходимость, находить область сходимости функционального ряда, раскладывать функции в степенные ряды и тригонометрические ряды Фурье (У-5);  Умеет вычислять кратные, криволинейные, поверхностные интегралы, векторные производные, циркуляцию и поток векторного поля, в том числе применяя интегральные формулы векторного анализа (У-6).</p> <p><b>Владеть:</b>  пониманием предельного перехода, как теоретической основы методов математического анализа (Н-1).  навыками применения дифференциального исчисления к решению простейших задач оптимизации (Н-2)  Владеет навыками применения интегрального исчисления к решению прикладных задач (Н-3)  Владеет навыками применения дифференциальных уравнений при решении прикладных задач механики, физики, химии, биологии (Н-4)  методами вычисления приближённых значений функций и интегралов с помощью разложения в ряд (Н-5)  методами решения задач, связанных с кратными, криволинейными или поверхностными интегралами, методами векторного анализа для построения математических моделей в инженерных задачах (Н-6)</p>

## 2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к обязательной части. Код дисциплины по учебному плану Б1.О.20. Дисциплина изучается на первом и втором курсах в 1-3 семестре.

Дисциплина «Математический анализ» изучается на основе знаний, полученных при изучении курса элементарной математики в среднем учебном заведении.

Знания, навыки и умения, приобретённые при изучении дисциплины «Математический анализ», необходимы при изучении математических, общенаучных, инженерных и ряда специальных дисциплин: «Теория вероятностей и математическая статистика», «Дискретная математика», «Численные методы и алгоритмы решения дифференциальных уравнений», «Физика», «Методы оптимизации», «Математическое моделирование химико-технологических объектов с распределёнными параметрами», «Компьютерное моделирование в химии и химической технологии» и др., а также в научно-исследовательской работе.

## 3. Объем дисциплины

Вид учебной работы	Всего, академических часов
<b>Общая трудоемкость дисциплины</b> (зачетных единиц/ академических часов)	10/360
<b>Контактная работа с преподавателем:</b>	<b>212</b>
занятия лекционного типа	90
занятия семинарского типа, в т.ч.	108
семинары, практические занятия	108
лабораторные работы	
курсовое проектирование (КР или КП)	..
КСР	14
другие виды контактной работы	..
<b>Самостоятельная работа</b>	<b>94</b>
<b>Контроль</b>	<b>54</b>
<b>Форма текущего контроля</b> (Кр, реферат, РГР, эссе)	<b>8 Кр, 5 РГР</b>
<b>Форма промежуточной аттестации</b> (КР, КП, зачет, экзамен)	Экзамен (1, 3 семестр), зачёт (2 семестр)

## 4. Содержание дисциплины

### 4.1. Разделы дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Занятия лекционного типа, акад. часы	Занятия семинарского типа, акад. часы		Самостоятельная работа, акад. часы	Формируемые компетенции
			Семинары и/или практические занятия	Лабораторные работы		
1.	Введение в математический анализ. Дифференциальное исчисление функций одной переменной	26	16		17	ОПК-1
2	Интегральное исчисление функций одной переменной.	10	20		20	ОПК-1
	<b>Итого за первый семестр</b>	<b>36</b>	<b>36</b>		<b>37</b>	
2.	Интегральное исчисление функций одной переменной.	2			8	ОПК-1
3.	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	8	6		6	ОПК-1
4.	Обыкновенные дифференциальные уравнения	14	14		8	ОПК-1
5.	Ряды	12	16		10	ОПК-1
	<b>Итого за второй семестр</b>	<b>36</b>	<b>36</b>		<b>32</b>	
6.	Кратные интегралы	8	16		12	ОПК-1
7.	Элементы векторного анализа	10	20		13	ОПК-1
	<b>Итого за третий семестр</b>	<b>18</b>	<b>36</b>		<b>25</b>	
	<b>ИТОГО</b>	<b>90</b>	<b>108</b>		<b>94</b>	

### 4.2 Формирование индикаторов достижения компетенций разделами дисциплины

№ п/п	Код индикаторов достижения компетенции	Наименование раздела дисциплины
1	ОПК-1.6	Введение в математический анализ. Дифференциальное исчисление функций одной переменной
2	ОПК-1.6	Интегральное исчисление функций одной переменной.
3	ОПК-1.6	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных
4	ОПК-1.6	Обыкновенные дифференциальные уравнения
5	ОПК-1.6	Ряды
6	ОПК-1.6	Кратные интегралы
7	ОПК-1.6	Элементы векторного анализа

### 4.3. Занятия лекционного типа

№ раздела дисциплины	Наименование темы и краткое содержание занятия	Объем, акад. часы	Инновационная форма
1	Окрестность точки. Числовая функция и последовательность. Предел функции и последовательности. Непрерывность функции в точке. Теоремы о пределах.	4	Проблемная лекция
1	Бесконечно малые функции и их свойства. Теорема о связи функции, имеющей конечный предел, с бесконечно малой. Эквивалентные бесконечно малые. Теоремы о пределе суммы, произведения, частного. Теорема о существовании предела монотонной ограниченной последовательности. Число $e$ , натуральные логарифмы.	4	
1	Односторонние пределы. Необходимое и достаточное условия существования предела. Точки разрыва. Переход к пределу в неравенствах и теорема о сжатой переменной. Функции, непрерывные на отрезке. Теоремы Коши и Вейерштрасса.	4	Разбор конкретных ситуаций
1	Производная функции в точке. Геометрическая и механическая интерпретация производной. Производная суммы, произведения, частного. Дифференцируемые функции, дифференциал функции. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости. Непрерывность дифференцируемой функции.	2	
1	Сложная функция, ее производная и дифференциал, инвариантность его формы. Обратная функция. Производная обратной функции. Производные и дифференциалы высших порядков. Теоремы о дифференцируемых функциях (Ферма, Ролля, Коши, Лагранжа). Правило Лопиталя. Вывод некоторых табличных производных.	4	
1	Экстремумы. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума по первой производной. Направление вогнутости, точки перегиба. Асимптоты. Полное исследование функции. Пример.	4	
1	Формула Тейлора. Формула Маклорена. Представление функций: $e^x$ , $\sin x$ , $\cos x$ , $\ln(1+x)$ , $(1+x)^\alpha$ по формуле Маклорена.	4	
1	Первообразная функции и неопределенный интеграл. Свойства первообразной и неопределенного интеграла. Методы интегрирования.	2	
1	Интегрирование рациональных дробей. Интегрирование иррациональных и тригонометрических выражений.	2	
2	Определенный интеграл Римана. Интегрируемые функции. Теоремы об интегрируемости непрерывной и кусочно-непрерывной функции. Свойства определенных интегралов. Теоремы о среднем.	2	
2	Определенный интеграл с переменным верхним пределом. Теорема о его производной. Теорема о существовании первообразной непрерывной функции. Формула Ньютона – Лейбница. Методы вычисления определен-	2	

№ раздела дисциплины	Наименование темы и краткое содержание занятия	Объем, акад. часы	Инновационная форма
	ных интегралов (замена переменной, интегрирование по частям).		
2	Несобственные интегралы I рода (с бесконечными пределами интегрирования). Интеграл вида $\int_a^{+\infty} \frac{dx}{x^\alpha}$ , ( $a > 0, \alpha > 0$ ). Критерий сходимости. Абсолютная сходимость. Несобственные интегралы II рода (от неограниченных функций). Интеграл вида $\int_a^b \frac{dx}{(x-a)^\alpha}$ , ( $\alpha > 0$ ).	2	Проблемная лекция
	<b>Итого за первый семестр</b>	<b>36</b>	
2	Геометрические приложения определенного интеграла. Примеры решения задач.	2	Разбор конкретных ситуаций
3	Функции нескольких переменных. Предел и непрерывность. Частные производные. Дифференцируемые функции. Полный дифференциал. Достаточное условие дифференцируемости.	2	
3	Дифференцирование сложной функции. Частные производные высших порядков. Теорема о перестановке порядка дифференцирования. Полные дифференциалы высших порядков	2	
3	Экстремумы функций двух переменных. Наибольшее и наименьшее значения непрерывной функции в замкнутой области. Примеры решения задач.	2	
3	Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Производная по направлению и градиент. Примеры решения задач.	2	
4	Задачи, приводящие к обыкновенным дифференциальным уравнениям (процессы растворения, полимеризации, радиоактивного распада и т. д., примеры из механики). Общие понятия о дифференциальных уравнениях и их решениях. Уравнения 1-го порядка. Задача Коши. Формулировка теоремы существования и единственности решения задачи Коши для дифференциальных уравнения вида $y' = f(x, y)$ . Понятие о качественном исследовании дифференциальных уравнений. Метод изоклин. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными, однородные, линейные, Бернулли, в полных дифференциалах. Примеры решения задач.	4	Разбор конкретных ситуаций
4	Уравнения высших порядков. Задача Коши. Формулировка теоремы существования и единственности решения задачи Коши. Геометрический смысл задачи Коши для дифференциального уравнения 2-го порядка. Общее и частное решения. Понижение порядка.	2	
4	Линейные дифференциальные уравнения $n$ -го порядка. Задача Коши. Линейный дифференциальный оператор,	2	

№ раздела дисциплины	Наименование темы и краткое содержание занятия	Объем, акад. часы	Инновационная форма
	его свойства. Линейные однородные уравнения $n$ -го порядка, свойства их решений. Линейно независимые решения. Определитель Вронского. Необходимые и достаточные условия линейной независимости решений. Фундаментальная система решений. Структура общего решения линейного однородного уравнения $n$ -го порядка.		
4	Однородные линейные уравнения $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Построение фундаментальной системы решений. Примеры решения задач.	2	
4	Неоднородные линейные уравнения $n$ -го порядка. Структура общего решения. Нахождение частного решения методом вариации произвольных постоянных (метод Лагранжа). Примеры решения задач.	2	
4	Неоднородные линейные уравнения $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида. Метод неопределенных коэффициентов.	2	
5	Числовые ряды. Сходимость ряда. Сумма ряда. Необходимое условие сходимости. Остаток сходящегося ряда. Общие свойства сходящихся рядов, действия над ними. Критерий сходимости Коши.	1	Проблемная лекция
5	Ряды с положительными членами. Признаки сравнения. Признак Даламбера. Интегральный признак сходимости Коши. Обобщенный гармонический ряд.	2	
5	Числовые ряды с членами любого знака. Абсолютная и условная сходимость. Знакопеременные ряды, признак Лейбница. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Действия с рядами.	2	
5	Функциональные ряды. Сходимость в точке. Область сходимости. Сумма функционального ряда. Равномерная сходимость ряда. Признак равномерной сходимости Вейерштрасса. Теорема о непрерывности суммы равномерно сходящегося ряда. Теорема о почленном интегрировании и дифференцировании функциональных рядов.	1	Проблемная лекция
5	Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус сходимости и его вычисление. Основные свойства сходимости степенных рядов, равномерная сходимость, непрерывность суммы, почленное дифференцирование и интегрирование в интервале сходимости.	2	
5	Разложение функций в степенной ряд. Ряд Тейлора. Необходимое и достаточное условие разложимости функции в ряд Тейлора. Единственность такого разложения. Ряд Маклорена. Достаточное условие разложимости функции в ряд Маклорена. Разложение в ряд Маклорена функций $\sin x$ , $\cos x$ , $e^x$ , $\ln(1+x)$ , $(1+x)^\alpha$ .	2	
5	Ортогональные системы функций. Обобщенные коэффициенты и ряд Фурье. Ортогональные системы тригонометрических функций. Ряд Фурье для четных и нечет-	2	

№ раздела дисциплины	Наименование темы и краткое содержание занятия	Объем, акад. часы	Инновационная форма
	ных, для периодических функций. Сходимость тригонометрических рядов Фурье. Формулировка теоремы Дирихле.		
	<b>Итого за второй семестр</b>	<b>36</b>	
6.	Площадь и объем как мера плоской и пространственной областей. Определение двойных интегралов. Формулировка теоремы существования. Основные свойства, теорема о среднем. Задача вычисления объема цилиндрического тела. Определение тройных интегралов. Задача вычисления массы тела. Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах для случая прямоугольной и произвольной областей.	3	Проблемная лекция
6.	Понятие о замене переменных в двойном интеграле. Якобиан. Вычисление двойного интеграла в полярных координатах. Примеры.	2	
6.	Вычисление тройного интеграла в декартовых координатах. Понятие о замене переменных в тройном интеграле. Вычисление тройных интегралов в цилиндрической и сферической системах координат.	2	Разбор конкретных ситуаций
6.	Вычисление масс, статических моментов и координат центров масс плоских фигур и пространственных тел.	1	
7.	Криволинейные интегралы 1 рода. Задача о массе дуги. Теорема существования. Свойства и вычисление криволинейных интегралов 1 рода. Криволинейные интегралы 2 рода. Задача о работе переменной силы на криволинейном пути. Теорема существования. Свойства и вычисление криволинейных интегралов 2 рода. Связь криволинейных интегралов 1 и 2 рода.	2	
7.	Поверхностные интегралы 1 рода. Теорема существования. Свойства и вычисление поверхностных интегралов 1 рода. Ориентация поверхностей. Поверхностные интегралы 2 рода. Теорема существования. Свойства и вычисление поверхностных интегралов 2 рода. Связь поверхностных интегралов 1 и 2 рода.	2	
7.	Вычисление масс, статических моментов и координат центров масс дуг и поверхностей.	1	
7.	Скалярные и векторные поля. Циркуляция векторного поля. Формула Грина.	1	
7.	Поток векторного поля, его физический смысл. Дивергенция. Формула Остроградского-Гаусса, ее векторная форма. Физический смысл дивергенции. Источники векторного поля. Формула Стокса. Физический смысл циркуляции.	2	
7.	Специальные векторные поля. Условия потенциальности поля. Восстановление функции по ее полному дифференциалу. Понятие о соленоидальных полях. Операторы Гамильтона и Лапласа	2	Разбор конкретных ситуаций

№ раздела дисциплины	Наименование темы и краткое содержание занятия	Объем, акад. часы	Инновационная форма
	<b>Итого за третий семестр</b>	<b>18</b>	
	<b>Итого</b>	<b>90</b>	

### 4.3 Занятия семинарского типа

#### 4.3.1. Семинары, практические занятия

№ раздела дисциплины	Наименование темы и краткое содержание занятия	Объем, акад. часы	Инновационная форма
1	Понятие предела. Вычисление пределов алгебраических выражений. Неопределённости вида $\left\{\frac{\infty}{\infty}\right\}$ , $\{\infty - \infty\}$ , $\left\{\frac{0}{0}\right\}$ .	2	Групповая дискуссия
1	Замечательные пределы. Эквивалентные бесконечно малые. Вычисление пределов трансцендентных функций.	4	
1	Производная функции в точке. Таблица производных, основные правила дифференцирования. Дифференциал функции. Логарифмическое дифференцирование.	4	
1	Производные высших порядков Правило Лопиталю. Непрерывные функции. Точки разрыва.	4	
1	Задачи на применение производной функций одной переменной. Исследование функций и построения графиков.	2	
2	Первообразная и неопределённый интеграл. Таблица интегралов. Непосредственное интегрирование.	2	Мозговой штурм
2	Замена переменной в неопределённом интеграле.	2	
2	Интегрирование по частям.	2	
2	Интегрирование рациональных функций.	2	
2	Интегрирование тригонометрических выражений.	2	
2	Интегрирование иррациональных выражений	2	
	Определённый интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определённом интеграле.	2	
	Несобственные интегралы I-го и II-го рода.	2	Групповая дискуссия
2	Геометрические приложения определённого интеграла	4	Разбор конкретных ситуаций
	<b>Итого за первый семестр</b>	<b>36</b>	
3	Частные производные, полный дифференциал. Частные производные и дифференциалы высших порядков.	2	

№ раздела дисциплины	Наименование темы и краткое содержание занятия	Объем, акад. часы	Инновационная форма
3	Экстремум функций двух переменных, наибольшее и наименьшее значение функции в замкнутой области.	2	Разбор конкретных ситуаций
3	Дифференцирование функций, заданных неявно. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Производная по направлению, градиент.	2	
4	Дифференциальные уравнения первого порядка: уравнения с разделяющимися переменными, однородные, линейные, в полных дифференциалах.	6	
4	Методы понижения порядка дифференциальных уравнений	2	Мозговой штурм
4	Линейные дифференциальные уравнения высших порядков. Построение фундаментальной системы решений для однородного уравнения с постоянными коэффициентами	2	
4	Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высших порядков. Метод Лагранжа.	2	
4	Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высших порядков с правой частью специального вида.	2	Разбор конкретных ситуаций
5	Сходимость числовых рядов. Основные понятия. Признаки сходимости знакопостоянных рядов.	4	Групповая дискуссия
5	Сходимость знакопеременных рядов. Абсолютная и условная сходимость. Признак Лейбница.	2	
5	Функциональные ряды. Область сходимости. Сходимость степенных рядов.	2	
5	Разложение функций в степенной ряд	2	
	Применение степенных рядов: приближённые вычисления значений функции, вычисление интегралов, решение дифференциальных уравнений.	2	
5	Разложение функций в ряд Фурье.	4	
	<b>Итого за второй семестр</b>	<b>36</b>	
6	Вычисление двойных интегралов в декартовых координатах	6	
6	Вычисление двойных интегралов в полярных координатах	2	
6	Вычисление тройных интегралов. Цилиндрические координаты. Сферические координаты. Задачи на приложения кратных интегралов.	8	Разбор конкретных ситуаций
7	Криволинейные интегралы первого и второго рода.	4	
7	Поверхностные интегралы первого и второго рода.	4	
7	Скалярные и векторные поля. Ротор и дивергенция векторного поля.	2	
7	Формула Грина, Стокса, Остроградского-Гаусса.	6	

№ раздела дисциплины	Наименование темы и краткое содержание занятия	Объем, акад. часы	Инновационная форма
7	Специальные векторные поля. Восстановление потенциала векторного поля. Дифференциальные операторы второго порядка.	4	Групповая дискуссия
	<b>Итого за третий семестр</b>	<b>36</b>	
	<b>Итого</b>	<b>108</b>	

#### 4.3.2. Лабораторные занятия

№ раздела дисциплины	Наименование темы и краткое содержание занятия	Объем, акад. часы	Примечание
	не предусмотрены		

#### 4.4. Самостоятельная работа обучающихся

№ раздела дисциплины	Перечень вопросов для самостоятельного изучения	Объем, акад. часы	Форма контроля
1	Определение предела в различных ситуациях. Методы раскрытия неопределённостей при вычислении пределов. Подготовка к контрольной работе № 1 и зачёту.	10	Кр, вопросы к зачёту
1	Освоение техники дифференцирования. Подготовка к контрольной работе № 2 и зачёту.	10	Кр, вопросы к зачёту
1	Применение дифференциального исчисления к исследованию функций и построению графиков. Выполнение РГР № 1, подготовка к зачёту.	8	РГР, вопросы к зачёту
2	Методы интегрирования. Тригонометрические подстановки, дифференциальный бином. Специфика вычисления определённых интегралов. Нахождение длин кривых, площадей плоских фигур и объёмов тел вращения. Подготовка к контрольной работе № 3 и зачёту	10	Кр, РГР, вопросы к зачёту
3	Методы представления функций двух переменных. Освоение техники вычисления частных производных, производных сложных и неявно заданных функций. Формула Тейлора и экстремум функций двух переменных. Подготовка к контрольной работе № 4 и экзамену.	10	Кр, РГР, вопросы к экзамену
4	Дифференциальные уравнения первого порядка, приводящиеся к линейным или однородным. Различные методы понижения порядка дифференциального уравнения. Подготовка к контрольной работе № 5 и экзамену.	8	Кр, вопросы к экзамену
5	Выработка навыков исследования сходимости числовых рядов и нахождения области сходимости функциональных рядов. Суммирование числовых и функциональных рядов, разложение функций в степенные и тригонометрические ряды. Выполнение РГР № 4. Подготовка к контрольной работе № 6 и экзамену.	10	Кр, РГР, вопросы к экзамену
6	Выработка навыков вычисления кратных интегралов в	12	Кр, РГР,

№ раздела дисциплины	Перечень вопросов для самостоятельного изучения	Объем, акад. часы	Форма контроля
	декартовых и криволинейных координатах. Выполнение РГР № 5. Подготовка к контрольной работе № 7 и зачёту.		вопросы к экзамену
7	Формулы векторного анализа. Подготовка к контрольной работе № 8 и зачёту.	16	Кр, вопросы к экзамену
	<b>Итого:</b>	<b>94</b>	

## 5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Методические указания для обучающихся по организации самостоятельной работы по дисциплине, включая перечень тем самостоятельной работы, формы текущего контроля по дисциплине и требования к их выполнению размещены в электронной информационно-образовательной среде СПбГТИ(ТУ) на сайте Медиа: <http://media.technolog.edu.ru>

## 6. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Своевременное выполнение обучающимися мероприятий текущего контроля позволяет превысить (достигнуть) пороговый уровень («удовлетворительно») освоения предусмотренных элементов компетенций.

Результаты дисциплины считаются достигнутыми, если для всех элементов компетенций превышен (достигнут) пороговый уровень освоения компетенции на данном этапе.

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме экзаменов и зачёта. К сдаче экзамена и зачёта допускаются студенты, выполнившие все формы текущего контроля.

Экзамен и зачёты предусматривают выборочную проверку освоения предусмотренных элементов компетенций и комплектуются вопросами (заданиями) двух видов: теоретический вопрос (для проверки знаний) и практическое задание (для проверки умений и навыков).

При сдаче экзамена или зачёта студент получает два вопроса из перечня вопросов и одно практическое задание аналогичное заданиям контрольных работ. Время подготовки студента к устному ответу — до 45 мин.

Фонд оценочных средств по дисциплине представлен в Приложении № 1.

## 7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

### а) печатные издания:

1. Берман, Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа : Решение типичных и трудных задач. Учебное пособие для вузов / Г. Н. Берман. - 2-е изд., стер. – Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2006. – 608 с. – ISBN 5-8114-0657-6.
2. Гаврилов, В. Р. Кратные и криволинейные интегралы. Элементы теории поля : Учебник для втузов / В. Р. Гаврилов, Е. Е. Иванова, В. Д. Морозова; под ред. В. С. Зарубина, А. П. Крищенко. – 3-е изд., испр. – Москва : Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2008. – 491 с. – ISBN 978-5-7038-3190-8 (Вып. VII). – ISBN 978-5-7038-3022-2.
3. Груздков, А. А. Элементы теории пределов : Методические указания / А. А. Груздков, М. Б. Купчиненко ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет), Кафедра высшей математики. – Санкт-Петербург : [б. и.], 2010. – 64 с.
4. Демидович, Б. П. Дифференциальные уравнения : Учебное пособие / Б. П. Демидович, В. П. Моденов. – 3-е изд., стер. – Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2008. – 276 с. – ISBN 978-5-8114-0677-7.
5. Демидович, Б. П. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения : Учебное пособие / Б. П. Демидович, И. А. Марон, Э. З. Шувалова; под ред. Б. П. Демидовича. – 4-е изд., стер. – Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2008. – 400 с. – ISBN 978-5-8114-0799-6.
6. Запорожец, Г. И. Руководство к решению задач по математическому анализу : Учебное пособие / Г. И. Запорожец. – 5-е изд., стер. – Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2009. – 460 с. – ISBN 978-5-8114-0912-9.
7. Зарубин, В. С. Интегральное исчисление функций одного переменного : Учебник для втузов / В. С. Зарубин, Е. Е. Иванова, Г. Н. Кувыркин; под ред. В. С. Зарубина, А. П. Крищенко. – 3-е изд., испр. – Москва : Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2006. – 527 с. – ISBN 5-7038-2865-1.
8. Климовицкая, Н. М. Интегралы функций одной переменной : методические указания / Н. М. Климовицкая, А. А. Груздков ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет), Кафедра высшей математики. – Санкт-Петербург : [б. и.], 2013. – 56 с.
9. Кудрявцев, Л. Д. Курс математического анализа : в 3-х т. / Л. Д. Кудрявцев. – Москва : Дрофа, Т. 1 : Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной : учебник для вузов по естественнонаучным и техническим направлениям и спец. – 6-е изд., стер. – 2006. – 702 с. – ISBN 5-358-00354-1.
10. Кузнецов, Л. А. Сборник заданий по высшей математике : Типовые расчеты: учебное пособие / Л. А. Кузнецов. - 4-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2005. – 239 с. – ISBN 5-8114-0574-X.
11. Курс математики для технических высших учебных заведений : учебное пособие для вузов по инженерно-техническим специальностям / Н. А. Берков [и др.]. – Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань. – Ч. 3 : Дифференциальные уравнения. Уравнения математической физики. Теория оптимизации / Под ред.: В. Б. Миносцева, Е. А. Пушкаря. – 2-е изд., испр. – 2013. – 528 с. – ISBN 978-5-8114-1560-1.
12. Шаляпина, О. В. Предел и непрерывность функции. Справочные материалы : методические указания / О. В. Шаляпина, Т. А. Уланова, В. С. Капитонов ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет), Кафедра высшей математики. – Санкт-Петербург : [б. и.], 2012. – 22 с.
13. Шипачев, В. С. Высшая математика : Учебник для вузов / В. С. Шипачев. – 9-е изд., стер. - Москва : Высшая школа, 2008. – 479 с. – ISBN 978-5-06-006050-8.

**б) электронные учебные издания:**

14. Винник, Т. В. Вычисление тройных интегралов в декартовых и криволинейных координатах : методические указания / Т. В. Винник, А. А. Груздков, М. Б. Купчиненко ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет), Кафедра высшей математики. – Санкт-Петербург : [б. и.], 2013. – 53 с. – Текст : электронный // Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет). Электронная библиотека. – URL: <https://technolog.bibliotech.ru> (дата обращения: 20.04.2019). – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей.

15. Груздков, А. А. Вычисление и приложения двойных интегралов : методические указания / А. А. Груздков, М. Б. Купчиненко ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет), Кафедра высшей математики. – Санкт-Петербург : [б. и.], 2013. – 58 с. – Текст : электронный // Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет). Электронная библиотека. – URL: <https://technolog.bibliotech.ru> (дата обращения: 20.04.2019). – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей.

16. Груздков, А. А. Интегральное исчисление функций одной переменной : учебное пособие / А. А. Груздков ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет), Кафедра высшей математики. – Санкт-Петербург : [б. и.], 2013. – 139 с. – Текст : электронный // Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет). Электронная библиотека. – URL: <https://technolog.bibliotech.ru> (дата обращения: 20.04.2019). – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей.

17. Груздков, А. А. Техника вычисления определенных интегралов : методические указания / А. А. Груздков ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет), Кафедра высшей математики. – Санкт-Петербург : [б. и.], 2012. – 61 с. – Текст : электронный // Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет). Электронная библиотека. – URL: <https://technolog.bibliotech.ru> (дата обращения: 20.04.2019). – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей.

18. Груздков, А. А. Формула Грина : Практикум / А. А. Груздков, М. Б. Купчиненко, Т. В. Слободинская ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет), Кафедра высшей математики. – Санкт-Петербург : [б. и.], 2016. – 33 с. – Текст : электронный // Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет). Электронная библиотека. – URL: <https://technolog.bibliotech.ru> (дата обращения: 20.04.2019). – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей.

19. Груздков, А. А. Формула Остроградского-Гаусса : методические указания / А. А. Груздков, М. Б. Купчиненко ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет), Кафедра высшей математики. – Санкт-Петербург : [б. и.], 2014. – 26 с. – Текст : электронный // Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет). Электронная библиотека. – URL: <https://technolog.bibliotech.ru> (дата обращения: 20.04.2019). – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей.

20. Груздков, А. А. Формула Стокса : Методические указания / А. А. Груздков, М. Б. Купчиненко ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет), Кафедра высшей математики. – Санкт-Петербург : [б. и.], 2012. – 49 с. – Текст :

электронный // Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет). Электронная библиотека. – URL: <https://technolog.bibliotech.ru> (дата обращения: 20.04.2019). – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей.

21. Индивидуальные задания по теме «Приложение определенного интеграла»: методические указания / Т. В. Слободинская [и др.] ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет), Кафедра высшей математики. – Санкт-Петербург : [б. и.], 2006. – 54 с. – Текст : электронный // Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет). Электронная библиотека. – URL: <https://technolog.bibliotech.ru> (дата обращения: 20.04.2019). – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей.

22. Применение дифференциального исчисления к исследованию функций и построению графиков : методические указания / Т. В. Слободинская [и др.] ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет), Кафедра высшей математики. – Санкт-Петербург : [б. и.], 2013. – 25 с. – Текст : электронный // Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет). Электронная библиотека. – URL: <https://technolog.bibliotech.ru> (дата обращения: 20.04.2019). – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей.

23. Решение типовых вариантов контрольной работы по теме производные функции одной переменной : Методические указания / П. Е. Баскакова [и др.] ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет), Кафедра высшей математики. – Санкт-Петербург : [б. и.], 2011. – 17 с. – Текст : электронный // Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет). Электронная библиотека. – URL: <https://technolog.bibliotech.ru> (дата обращения: 20.04.2019). – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей.

24. Слободинская, Т. В. Пределы. Рекомендации к решению задач контрольной работы : Методические указания / Т. В. Слободинская, А. А. Груздков, М. Б. Купчиненко ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет), Кафедра высшей математики. – Санкт-Петербург : [б. и.], 2010. – 29 с. – Текст : электронный // Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет). Электронная библиотека. – URL: <https://technolog.bibliotech.ru> (дата обращения: 20.04.2019). – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей.

25. Фаттахова, М. В. Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка. Решение задач : методические указания / М. В. Фаттахова, М. Б. Купчиненко, Н. М. Климовицкая ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет), Кафедра высшей математики. – Санкт-Петербург : [б. и.], 2009. – 65 с. – Текст : электронный // Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет). Электронная библиотека. – URL: <https://technolog.bibliotech.ru> (дата обращения: 20.04.2019). – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей.

26. Шаляпина, О. В. Обыкновенные дифференциальные уравнения : учебное пособие / О. В. Шаляпина, В. С. Капитонов ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет), Кафедра высшей математики. – Санкт-Петербург : [б. и.], 2013. – 38 с. – Текст : электронный // Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет). Электронная библиотека. – URL: <https://technolog.bibliotech.ru> (дата обращения: 20.04.2019). – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей.

27. Шаляпина, О. В. Производные и дифференциалы. Справочные материалы : методические указания / О. В. Шаляпина, Т. А. Уланова, В. С. Капитонов ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет), Кафедра высшей математики. – Санкт-Петербург : [б. и.], 2012. – 17 с. – Текст : электронный // Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет). Электронная библиотека. – URL: <https://technolog.bibliotech.ru> (дата обращения: 20.04.2019). – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей.

## **8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

учебный план, РПД и учебно-методические материалы: <http://media.technolog.edu.ru>  
электронно-библиотечные системы:  
«Электронный читальный зал – БиблиоТех» <https://technolog.bibliotech.ru/>;  
«Лань» <https://e.lanbook.com/books/>.

## **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Все виды занятий по дисциплине «Математический анализ» проводятся в соответствии с требованиями следующих СТП:

СТП СПбГТИ 040-02. КС УКДВ. Виды учебных занятий. Лекция. Общие требования;

СТО СПбГТИ 018-2014. КС УКДВ. Виды учебных занятий. Семинары и практические занятия. Общие требования к организации и проведению.

СТП СПбГТИ 048-2009. КС УКВД. Виды учебных занятий. Самостоятельная планируемая работа студентов. Общие требования к организации и проведению.

СТП СПбГТИ 016-2015. КС УКВД. Порядок проведения зачетов и экзаменов.

Планирование времени, необходимого на изучение данной дисциплины, лучше всего осуществлять на весь семестр, предусматривая при этом регулярное повторение пройденного материала.

Основными условиями правильной организации учебного процесса для студентов является:

плановость в организации учебной работы;  
серьезное отношение к изучению материала;  
постоянный самоконтроль.

На занятия студент должен приходить, имея багаж знаний и вопросов по уже изученному материалу.

## **10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

### **10.1. Информационные технологии**

В учебном процессе по данной дисциплине предусмотрено использование информационных технологий:

чтение лекций с использованием слайд-презентаций  
взаимодействие с обучающимися посредством ЭОИС.

### **10.2. Программное обеспечение**

Пакет прикладных программ Mathcad.

### **10.3. Базы данных и информационные справочные системы**

Информационно-справочная система wolframalpha.com

### **11. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Для ведения лекционных и практических занятий используются аудитории кафедры математики.

При изучении соответствующих разделов курса и для проведения тестирования используется компьютерный класс, оборудованный 16 персональными компьютерами, объединенными в сеть.

### **12. Особенности освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья**

Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями учебный процесс осуществляется в соответствии с Положением об организации учебного процесса для обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья СПбГТИ(ТУ), утвержденным ректором 28.08.2014 г.

**Фонд оценочных средств**  
для проведения промежуточной аттестации по  
дисциплине «Математический анализ»

**1. Перечень компетенций и этапов их формирования.**

<b>Компетенции</b>		
<b>Индекс</b>	<b>Формулировка</b>	<b>Этап формирования</b>
ОПК-1	Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	начальный

## 2. Показатели и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования, шкала оценивания

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Показатели сформированности (дескрипторы)	Критерий оценивания	Уровни сформированности (описание выраженности дескрипторов)		
			«удовлетворительно» (пороговый)	«хорошо» (средний)	«отлично» (высокий)
<b>ОПК-1.6</b> Применение методов математического анализа к решению прикладных задач	Знает формальное определение и содержательный смысл понятий бесконечно малой, бесконечно большой, непрерывности и дифференцируемости функции, производной (ЗН-1)	Вопросы №№ 1-23 к экзамену за 1-ый семестр.	Знает содержательный смысл понятий, но допускает неточности в формальных определениях. Допускает неточности в формулировках теорем, затрудняется с их доказательством.	Дает точные определения понятий и формулировки основных теорем, допуская отдельные неточности. Допускает ошибки в доказательствах, не совсем точно объясняет содержательный смысл понятий.	Дает точные определения понятий и точные формулировки теорем, доказывает утверждения, объясняет содержательный смысл понятий.
	Знает формальные определения и содержательный смысл понятий экстремума, выпуклости, перегиба (ЗН-2)	Вопросы №№ 24-34 к экзамену за 1-ый семестр, РГР № 1.	Знает содержательный смысл понятий, но допускает неточности в формальных определениях. Допускает неточности в формулировках теорем, затрудняется с их доказательством.	Дает точные определения понятий и формулировки основных теорем, допуская отдельные неточности. Допускает ошибки в доказательствах, не совсем точно объясняет содержательный смысл понятий.	Дает точные определения понятий и точные формулировки теорем, доказывает утверждения, объясняет содержательный смысл понятий.
	Знает точные определения и содержательный смысл понятий первообразной неопределённого и определённого интеграла (ЗН-3)	Вопросы №№ 35-37 к экзамену за 1-ый семестр. Вопросы №№ 1-12 к экзамену за 3-ий семестр.	Знает содержательный смысл понятий, но допускает неточности в формальных определениях. Допускает неточности в формулировках теорем, затрудняется с их доказательством.	Дает точные определения понятий и формулировки основных теорем, допуская отдельные неточности. Допускает ошибки в доказательствах, не совсем точно объясняет содержательный смысл понятий.	Дает точные определения понятий и точные формулировки теорем, доказывает утверждения, объясняет содержательный смысл понятий.

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Показатели сформированности (дескрипторы)	Критерий оценивания	Уровни сформированности (описание выраженности дескрипторов)		
			«удовлетворительно» (пороговый)	«хорошо» (средний)	«отлично» (высокий)
	Знает понятие функции нескольких переменных, точные определения понятий её предела, непрерывности, частных производных, производных по направлению, градиента, экстремума и формулировки основных теорем. (ЗН-4)	Вопросы №№ 13-23 к экзамену за 3-ий семестр.	Знает содержательный смысл понятий, но допускает неточности в формальных определениях. Допускает неточности в формулировках теорем, затрудняется с их доказательством.	Дает точные определения понятий и формулировки основных теорем, допуская отдельные неточности. Допускает ошибки в доказательствах, не совсем точно объясняет содержательный смысл понятий.	Даёт точные определения понятий и точные формулировки теорем, доказывает утверждения, объясняет содержательный смысл понятий.
	Знает что такое дифференциальное уравнение, условия существования и единственности его решения (ЗН-5)	Вопросы №№ 24-40 к экзамену за 3-ий семестр.	Знает содержательный смысл понятий, но допускает неточности в формальных определениях. Допускает неточности в формулировках теорем, затрудняется с их доказательством.	Дает точные определения понятий и формулировки основных теорем, допуская отдельные неточности. Допускает ошибки в доказательствах, не совсем точно объясняет содержательный смысл понятий.	Даёт точные определения понятий и точные формулировки теорем, доказывает утверждения, объясняет содержательный смысл понятий.
	Знает определение суммы числового ряда, признаки сходимости, понятие области сходимости функционального ряда, различие поточечной и равномерной сходимости, основные теоремы о разложении функций в степенной ряд и ряд Фурье (ЗН-6)	Вопросы №№ 41-59 к экзамену за 3-ий семестр.	Знает содержательный смысл понятий, но допускает неточности в формальных определениях. Допускает неточности в формулировках теорем, затрудняется с их доказательством.	Дает точные определения понятий и формулировки основных теорем, допуская отдельные неточности. Допускает ошибки в доказательствах, не совсем точно объясняет содержательный смысл понятий.	Даёт точные определения понятий и точные формулировки теорем, доказывает утверждения, объясняет содержательный смысл понятий.

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Показатели сформированности (дескрипторы)	Критерий оценивания	Уровни сформированности (описание выраженности дескрипторов)		
			«удовлетворительно» (пороговый)	«хорошо» (средний)	«отлично» (высокий)
	Знает определения, свойства и методы вычисления кратных, криволинейных, поверхностных интегралов, формулы для нахождения объёма, массы и т. д. с помощью кратных интегралов (ЗН-7)	Вопросы №№ 1-20 к зачёту за 2-й семестр.	Знает содержательный смысл понятий, но допускает неточности в формальных определениях. Допускает неточности в формулировках теорем, затрудняется с их доказательством.	Дает точные определения понятий и формулировки основных теорем, допуская отдельные неточности. Допускает ошибки в доказательствах, не совсем точно объясняет содержательный смысл понятий.	Даёт точные определения понятий и точные формулировки теорем, доказывает утверждения, объясняет содержательный смысл понятий.
	Знает определения основных понятий векторного анализа (ЗН-8)	Вопросы №№ 21-34 к зачёту за 2-й семестр	Знает содержательный смысл понятий, но допускает неточности в формальных определениях. Допускает неточности в формулировках теорем, затрудняется с их доказательством.	Дает точные определения понятий и формулировки основных теорем, допуская отдельные неточности. Допускает ошибки в доказательствах, не совсем точно объясняет содержательный смысл понятий.	Даёт точные определения понятий и точные формулировки теорем, доказывает утверждения, объясняет содержательный смысл понятий.
	Умеет применять формальное определение предела к доказательству утверждений, объяснять связь между дифференцируемостью и непрерывностью, применять методы дифференциального исчисления (У-1)	Вопросы №№ 1-30 к экзамену за 1-ый семестр, Кр 1, Кр 2, РГР 1..	Знает содержательный смысл понятий, но допускает неточности в формальных определениях. Допускает неточности в формулировках теорем, затрудняется с их доказательством.	Дает точные определения понятий и формулировки основных теорем, допуская отдельные неточности. Допускает ошибки в доказательствах, не совсем точно объясняет содержательный смысл понятий.	Даёт точные определения понятий и точные формулировки теорем, доказывает утверждения, объясняет содержательный смысл понятий.

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Показатели сформированности (дескрипторы)	Критерий оценивания	Уровни сформированности (описание выраженности дескрипторов)		
			«удовлетворительно» (пороговый)	«хорошо» (средний)	«отлично» (высокий)
	Умеет вычислять неопределённые и определённые интегралы для стандартных типов подынтегральных выражений, оценивать корректность результата, опираясь на знание свойств интегралов (У-2)	Выполнение Кр 3 и РГР 2.	Допускает ошибки алгоритмического характера.	Допускает отдельные ошибки вычислительного характера.	Обоснованно получает верные результаты.
	Умеет находить частные производные и полные дифференциалы, в том числе, высших порядков, вычислять производные сложных и неявно заданных функций, экстремумы функций двух переменных, наибольшее и наименьшее значение в замкнутой области (У-3)	Выполнение Кр 4 и РГР 3.	Допускает ошибки алгоритмического характера.	Допускает отдельные ошибки вычислительного характера.	Обоснованно получает верные результаты.
	Умеет интегрировать основные типы дифференциальных уравнений, находить их общие и частные решения (У-4)	Выполнение Кр 3	Допускает ошибки алгоритмического характера.	Допускает отдельные ошибки вычислительного характера.	Обоснованно получает верные результаты.

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Показатели сформированности (дескрипторы)	Критерий оценивания	Уровни сформированности (описание выраженности дескрипторов)		
			«удовлетворительно» (пороговый)	«хорошо» (средний)	«отлично» (высокий)
	Умеет исследовать числовые ряды на сходимость, находить область сходимости функционального ряда, раскладывать функции в степенные ряды и тригонометрические ряды Фурье (У-5)	Выполнение Кр 6 и РГР 4.	Допускает ошибки алгоритмического характера.	Допускает отдельные ошибки вычислительного характера.	Обоснованно получает верные результаты.
	Умеет вычислять кратные, криволинейные, поверхностные интегралы, векторные производные, циркуляцию и поток векторного поля, в том числе применяя интегральные формулы векторного анализа (У-6)	Выполнение Кр 7, 8 и РГР 5.	Допускает ошибки алгоритмического характера.	Допускает отдельные ошибки вычислительного характера.	Обоснованно получает верные результаты.
	Обладает пониманием предельного перехода, как теоретической основы методов математического анализа (Н-1).	Вопросы №№ 15-20 к экзамену за 1-й семестр, вопросы №№ 1-3, 7-12, 17, 41-43, 48-50 к экзамену за 3-ий семестр, вопросы №№ 1, 2, 7, 8, 11-18 к зачёту за 2-й семестр,	Объясняет роль предельного перехода в определении основных понятий, допуская ошибки в формальных определениях.	Объясняет роль предельного перехода в определении основных понятий, допускает неточности в формулировках.	Даёт точные определения основных понятий математического анализа и их содержательный смысл, разъясняя роль предельного перехода.

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Показатели сформированности (дескрипторы)	Критерий оценивания	Уровни сформированности (описание выраженности дескрипторов)		
			«удовлетворительно» (пороговый)	«хорошо» (средний)	«отлично» (высокий)
	Владеет навыками применения дифференциального исчисления к решению простейших задач оптимизации (Н-2)	Выполнение РГР 1 и РГР 3.	Допускает ошибки алгоритмического характера.	Допускает отдельные ошибки вычислительного характера.	Обоснованно получает верные результаты.
	Владеет навыками применения интегрального исчисления к решению прикладных задач (Н-3)	Выполнение РГР 2, Выполнение Кр 7 и 8..	Допускает ошибки алгоритмического характера.	Допускает отдельные ошибки вычислительного характера.	Обоснованно получает верные результаты.
	Владеет навыками применения дифференциальных уравнений при решении прикладных задач механики, физики, химии, биологии (Н-4)	Вопрос № 24 к экзамену за 3-ий семестр, выполнение Кр 5.	В основном верно применяет математические методы, допуская отдельные существенные ошибки.	Затрудняется с корректным обоснованием применяемых методов или допускает вычислительные ошибки.	Обоснованно получает верные результаты.
	Владеет методами вычисления приближённых значений функций и интегралов с помощью разложения в ряд (Н-5)	Вопросы №№ 52-59 экзамену за 3-ий семестр, выполнение РГР 4.	В основном верно применяет математические методы, допуская отдельные существенные ошибки.	Затрудняется с корректным обоснованием применяемых методов или допускает вычислительные ошибки.	Обоснованно получает верные результаты.

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Показатели сформированности (дескрипторы)	Критерий оценивания	Уровни сформированности (описание выраженности дескрипторов)		
			«удовлетворительно» (пороговый)	«хорошо» (средний)	«отлично» (высокий)
	Владеет методами решения прикладных задач, связанных с кратными, криволинейными или поверхностными интегралами и методами векторного анализа для построения математических моделей в инженерных задачах (Н-6)	Вопросы №№ 3, 6, 7, 10, 12, 14, 20, 23-34 к зачёту за 2-й семестр.	В основном верно применяет математические методы, допуская отдельные существенные ошибки.	Затрудняется с корректным обоснованием применяемых методов или допускает вычислительные ошибки.	Обоснованно получает верные результаты.

Шкала оценивания соответствует СТО СПбГТИ(ТУ):

если по дисциплине промежуточная аттестация проводится в форме зачета, то результат оценивания – «зачтено», «не зачтено»;

если по дисциплине промежуточная аттестация проводится в форме экзамена и (или) курсового проекта (работы), то шкала оценивания – балльная.

### 3. Типовые контрольные задания для проведения промежуточной аттестации

#### 3.1 Вопросы к экзамену и зачётам

##### Вопросы к экзамену за 1-й семестр

1. Окрестные точки. Предел функции в точке. Геометрическая интерпретация предела.
2. Предел функции в точке. Теоремы единственности предела и об ограниченности функции, имеющей конечный предел.
3. Предел функции в точке. Теоремы о сохранении знака функции и о переходе к пределу в неравенствах.
4. Предел функции в точке. Теоремы об ограниченности  $1/f(x)$  и о сжатой переменной.
5. Бесконечно малые функции в точке, их свойства.
6. Сравнение бесконечно малых. Эквивалентные бесконечно малые.
7. Бесконечно малые функции в точке. Бесконечно большие функции в точке, их связь с бесконечно малыми.
8. Предел функции в точке. Бесконечно малая функция в точке. Теорема о связи функции, имеющей конечный предел в точке, с бесконечно малой.
9. Числовая последовательность. Предел числовой последовательности. Теорема о существовании предела монотонной ограниченной последовательности. Число  $e$ .
10. Непрерывность функции в точке на отрезке. Теоремы Коши.
11. Непрерывность функции в точке на отрезке. Теоремы Вейерштрасса.
12. Односторонние пределы. Необходимое и достаточное условие существования предела.
13. Непрерывность функции в точке и на отрезке. Точки разрыва, их классификация.
14. Теоремы об арифметических операциях над пределами.
15. Производная функция в точке. Геометрическая и механическая интерпретация производной.
16. Дифференцируемые функции. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости.
17. Производная функции в точке. Дифференцируемые функции. Непрерывность дифференцируемой функции.
18. Производная функция в точке. Правила дифференцирования суммы произведения и частного.
19. Производная функции в точке. Правила дифференцирования сложной и обратной функции.
20. Дифференцируемые функции. Дифференциал функции. Дифференциал сложной функции, инвариантность его формы.
21. Производные и дифференциалы высших порядков.
22. Теоремы Ферма и Ролля.
23. Теоремы Лагранжа и Коши.
24. Экстремумы функции. Необходимо условие существования экстремума.
25. Экстремумы функции. Достаточное условие существования экстремума.
26. Правило Лопиталю.
27. Направление выпуклости графика функции. Достаточное условие выпуклости графика функции.

28. Точки перегиба. Необходимое условие существования точки перегиба. Достаточное условие существования точки перегиба.
29. Асимптоты графика функции.
30. Полное исследование функции и построение её графика. Пример.
31. Многочлен Тейлора и его свойства.
32. Формула Тейлора. Остаточный член формулы Тейлора.
33. Формула Маклорена для функций:  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $e^x$
34. Формула Маклорена для функций:  $(1+x)^2$ ,  $\ln(1+x)$ .
35. Первообразная и неопределенный интеграл. Их свойства.
36. Первообразная и неопределенный интеграл. Интегрирование по частям. Замена переменной.
37. Рациональные дроби и их интегрирование.

### Вопросы к экзамену за 3-й семестр

1. Определенный интеграл Римана. Интегрируемые функции. Теоремы об интегрируемости непрерывной и кусочно-непрерывной функции. Свойства определенных интегралов.
2. Определенный интеграл Римана. Теоремы о среднем.
3. Определенный интеграл с переменным верхним пределом. Теорема о его производной. Теорема о существовании первообразной непрерывной функции.
4. Определенный интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.
5. Определенный интеграл Римана. Интегрирование по частям.
6. Определенный интеграл Римана. Замена переменной.
7. Несобственные интегралы 1-го рода (с бесконечными пределами интегрирования).

Интегралы вида: 
$$\int_a^{+\infty} \frac{dx}{x^\alpha} .$$

8. Несобственные интегралы 2-го рода (от неограниченных функций). Интеграл вида: 
$$\int_a^b \frac{dx}{(x-a)^\alpha} .$$
9. Спрямолинейная кривая. Длина дуги кривой. Дифференциал длины дуги.
10. Вычисление площадей плоских фигур в декартовых координатах.
11. Вычисление площадей плоских фигур в полярных координатах.
12. Вычисление объемов тел по площадям поперечных сечений и объемов тел вращения.
13. Функции  $n$  переменных. Предел и непрерывность. Частные производные и их геометрическая интерпретация для  $n=2$ .
14. Дифференцируемые функции  $n$  переменных. Полный дифференциал. Достаточное условие дифференцируемости.
15. Дифференцируемые функции  $n$  переменных. Дифференцирование сложной функции.
16. Дифференцируемые функции  $n$  переменных. Инвариантность формы полного дифференциала.
17. Частные производные и полные дифференциалы высших порядков. Теорема о

- перестановке порядка дифференцирования (формулировка).
18. Формула Тейлора для функции 2-х переменных (без доказательства). Формула конечных приращений для функции двух переменных. Постоянство функции в области, где  $du=0$ .
  19. Экстремумы функций двух переменных. Необходимые условия существования экстремума. Достаточные условия существования экстремума (формулировка).
  20. Неявные функции. Производные от функций, заданных неявно. Якобиан.
  21. Производная по направлению. Определение и свойства. Формула для вычисления в декартовых координатах.
  22. Градиент. Определение и свойства. Связь с производной по направлению.
  23. Геометрическая интерпретация полного дифференциала функции двух переменных.
  24. Определение дифференциального уравнения, его порядка, решения. Примеры составления и решения дифференциальных уравнений.
  25. Геометрическое (качественное) исследование дифференциальных уравнений 1-го порядка. Общее, частное решения, их геометрический смысл.
  26. Уравнения с разделяющимися переменными.
  27. Дифференциальные уравнения 1-го порядка. Задача Коши. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши. Общее и частное решения, их геометрический смысл. Особое решение.
  28. Решение однородного дифференциального уравнения 1-го порядка.
  29. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Уравнения Бернулли.
  30. Определение дифференциального уравнения. Порядок дифференциального уравнения. Решение дифференциальных уравнений в полных дифференциалах.
  31. Дифференциальные уравнения высших порядков. Задача Коши, ее геометрическое истолкование для уравнений 2-го порядка. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.
  32. Метод понижения порядка дифференциального уравнения.
  33. Дифференциальные уравнения высших порядков. Задача Коши. Общее и частное решения. Линейные неоднородные уравнения  $n$ -го порядка. Структура общего решения.
  34. Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка. Линейный дифференциальный оператор и его свойства.
  35. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для линейных однородных дифференциальных уравнений  $n$ -го порядка. Свойства решений линейных однородных дифференциальных уравнений.
  36. Линейно независимые решения линейного однородного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка. Определитель Вронского. Необходимое и достаточное условие линейной независимости решений линейного однородного дифференциального уравнения.
  37. Фундаментальная система решений. Структура общего решения линейного однородного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка.
  38. Неоднородные линейные уравнения  $n$ -го порядка, структура общего решения. Метод вариации произвольных постоянных.
  39. Линейные однородные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Построение фундаментальной системы решений.

40. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка. Структура общего решения. Неоднородные линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами и специальной правой частью. Метод неопределенных коэффициентов.
41. Числовые ряды. Сходимость ряда. Сумма ряда. Критерий Коши для числовых рядов. Необходимое условие сходимости.
42. Числовые ряды. Сходимость ряда. Сумма ряда. Остаток сходящегося ряда. Общие свойства сходящихся рядов.
43. Интегральный признак сходимости Коши. Обобщенный гармонический ряд.
44. Ряды с положительными членами. Признаки сравнения.
45. Ряды с положительными членами. Признак Даламбера.
46. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница.
47. Ряды с членами любого знака. Абсолютная сходимость. Свойства абсолютно сходящихся рядов.
48. Функциональные ряды. Сходимость в точке. Область сходимости. Сумма функционального ряда. Равномерная сходимость. Признак равномерной сходимости Вейерштрасса.
49. Равномерная сходимость функционального ряда. Теорема о непрерывности суммы равномерно сходящегося ряда.
50. Равномерная сходимость функционального ряда. Теоремы о почленном интегрировании и дифференцировании функциональных рядов. Ряд Маклорена для функции  $\arctg x$ .
51. Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус сходимости.
52. Степенные ряды. Радиус сходимости. Свойства степенных рядов.
53. Разложение функции в ряд. Ряд Тейлора. Необходимое и достаточное условия разложимости функции в ряд Тейлора. Ряд Маклорена для функции  $\ln(1+x)$ .
54. Разложение функции в степенной ряд. Единственность разложения. Ряды Маклорена для функций:  $\cos x$ ,  $(1+x)^\alpha$ .
55. Достаточное условие разложимости функции в ряд Тейлора. Ряды Маклорена для функций:  $e^x$ ,  $\sin x$ .
56. Ортогональные системы функций. Обобщенный ряд Фурье. Сходимость тригонометрических рядов Фурье.
57. Ортогональные системы тригонометрических функций. Тригонометрические ряды Фурье для функций, заданных на отрезке  $[-l;l]$  и для периодических функций.
58. Тригонометрические ряды Фурье для четных и нечетных функций.
59. Разложение в ряд Фурье по синусам и косинусам функций, заданных на отрезке  $[0;l]$ .

### Вопросы к зачёту за 2-й семестр

1. Понятие меры в  $R^n$ , свойства меры. Определение кратных интегралов.
2. Определение двойного интеграла, теорема существования, свойства.
3. Задача об объеме цилиндрического тела и двойной интеграл.
4. Замена переменных в двойном интеграле. Якобиан, его геометрический смысл.
5. Вычисление двойного интеграла в полярных координатах.

6. Приложения двойного интеграла.
7. Определение тройного интеграла, теорема существования, свойства.
8. Задача о массе тела и тройной интеграл.
9. Замена переменных в тройном интеграле. Вычисление тройного интеграла в криволинейных координатах.
10. Приложения тройного интеграла.
11. Криволинейные интегралы первого рода, теорема существования, свойства.
12. Задача о массе дуги. Вычисление криволинейных интегралов первого рода.
13. Криволинейные интегралы второго рода, теорема существования, свойства.
14. Задача о работе переменной силы на криволинейном пути.
15. Вычисление криволинейных интегралов второго рода.
16. Связь криволинейных интегралов первого и второго рода.
17. Поверхностные интегралы первого рода, теорема существования, свойства, вычисление.
18. Поверхностные интегралы второго рода, теорема существования, свойства, вычисление.
19. Связь поверхностных интегралов первого и второго рода.
20. Вычисление статических моментов и координат центров масс дуг и поверхностей.
21. Скалярные и векторные поля. Векторные производные. Циркуляция и поток векторного поля, их физический смысл.
22. Формула Грина.
23. Вычисление площади плоской области с помощью криволинейного интеграла.
24. Формула Остроградского-Гаусса.
25. Дивергенция векторного поля, инвариантное определение дивергенции.
26. Физический смысл дивергенции.
27. Вычисление объема тела с помощью поверхностного интеграла.
28. Формула Стокса.
29. Ротор векторного поля. Геометрический и физический смысл ротора.
30. Потенциальные векторные поля, условия потенциальности поля.
31. Независимость криволинейных интегралов второго рода от пути интегрирования.
32. Восстановление функции по ее полному дифференциалу.
33. Соленоидальные векторные поля.
34. Дифференциальные операции второго порядка. Оператор Лапласа.

К экзамену и зачёту допускаются студенты, выполнившие все формы текущего контроля. При сдаче экзамена или зачёта, студент получает два вопроса из перечня, приведенного выше, и практическое задание. Время подготовки студента к устному ответу на вопросы - до 45 мин.

### 3.2 Состав контрольных работ

#### Типовые варианты контрольной работы № 1 (первый курс, первый семестр. Тема: «Пределы»)

##### ВАРИАНТ 1

1.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (n - \sqrt{n^2 + 2n})$

2.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$

3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 5x}{x^2 + 10x}$

4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + x \sin 2x)}{1 - \cos 2x}$

5.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\operatorname{tg} \pi x}{x - 2}$

##### ВАРИАНТ 2

1.  $\lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt{n^2 + n} - \sqrt{n^2 - n})$

2.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^3 + x^2 - x - 1}$

3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}{\sin 2x}$

4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{e^{x^2} - 1}$

5.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin \pi x}{x - 1}$

##### ВАРИАНТ 3

#### Типовые варианты контрольной работы № 2 (первый курс, первый семестр. Тема: «Производные»)

##### ВАРИАНТ 1

1.  $y = 5^{x^3 \operatorname{tg} \sqrt{x}} + \frac{\sin^3(3x^2 + 5)}{\sqrt{x + \cos^2 x}}$ ,

найти  $y'$  - ?

2.  $y = x^{\operatorname{tg} 4x}$ , найти  $y'$  - ?

3.  $y = \cos^3 5x$ , найти  $dy$  -?

4.  $y = \frac{3x + 5}{2x - 3}$ , найти  $y''$  -?

5.  $\begin{cases} x = \operatorname{Intg} t \\ y = \cos^3 t \end{cases}$ , найти  $\frac{dy}{dx}$  -?

##### ВАРИАНТ 2

1.  $y = 3^{x^4 \operatorname{ctg} x^2} + \frac{\sin^3(2 \cos x)}{\sqrt{x^2 + \ln x}}$ ,

найти  $y'$  -?

2.  $y = x^{\cos 3x}$ , найти  $y'$  -?

3.  $y = e^{-x^2}$ , найти  $dy$  -?

4.  $y = x \cdot \ln x$ , найти  $y''$  -?

1.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2+n)^3}{(n-1)^2 - (n+1)^3}$

2.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^3 - 27}$

3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x}{\sqrt{x+1} - 1}$

4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 - \sin 3x)}{e^{6x} - 1}$

5.  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 3x}{\operatorname{tg} 5x}$

##### ВАРИАНТ 4

1.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2-n)^2 - (2+n)^2}{(2+n)^2 - (1-n)^2}$

2.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{2x^2 - x - 6}$

3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\operatorname{tg}(\pi(x+3))}$

4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 - \arcsin 2x)}{e^{4x} - 1}$

5.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln x - \ln 2}{2^x - 4}$

$$5. \begin{cases} x = \sqrt{1+t^2} \\ y = \frac{t}{\sqrt{1+t^2}} \end{cases}, \text{ найти } \frac{dy}{dx} \text{ --?}$$

### ВАРИАНТ 3

$$1. y = 2^{x^2 \sin 7x} + \frac{\cos^2(2\sqrt{x})}{x + \ln^2 x},$$

найти  $y'$  --?

$$2. y = (\sin x)^{x^2}, \text{ найти } y' \text{ --?}$$

$$3. y = \operatorname{tg}^2 3x, \text{ найти } dy \text{ --?}$$

$$4. y = x \cdot e^{3x}, \text{ найти } y'' \text{ --?}$$

$$5. \begin{cases} x = \operatorname{tg}(2e^t) \\ y = \ln(2t+1) \end{cases} \text{ найти } \frac{dy}{dx} \text{ --?}$$

### ВАРИАНТ 4

$$1. y = 7^{x^3 \cos(7x+5)} + \frac{\sqrt{\operatorname{tg} 2x}}{x^2 + 1},$$

найти  $y'$  --?

$$2. y = (\cos x)^x, \text{ найти } y' \text{ --?}$$

$$3. y = \operatorname{tg}^2 2x, \text{ найти } dy \text{ --?}$$

$$4. y = \sin x \cdot e^x, \text{ найти } y'' \text{ --?}$$

$$5. \begin{cases} x = \ln(1+t^2) \\ y = \frac{t}{1+t^2} \end{cases}, \text{ найти } \frac{dy}{dx} \text{ --?}$$

### Типовые варианты контрольной работы № 3

(первый семестр, тема: «Интегралы функции одной переменной»)

#### ВАРИАНТ 1

$$1. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x \, dx$$

$$2. \int_0^1 x e^{-2x} \, dx$$

$$3. \int_3^{10} \frac{dx}{(x-1)\sqrt{x+6}}$$

$$4. \int_e^{+\infty} \frac{dx}{x \ln^3 x}$$

#### ВАРИАНТ 2

$$1. \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 2x \, dx$$

$$2. \int_0^{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} x \, dx$$

$$3. \int_1^4 \frac{x \, dx}{x + \sqrt{x}}$$

$$4. \int_1^2 \frac{x \, dx}{x^2 - 1}$$

#### ВАРИАНТ 3

$$1. \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos^3 x}{\sin^2 x} \, dx$$

$$2. \int_1^2 \frac{\ln x}{x^5} \, dx$$

$$3. \int_3^8 \frac{dx}{x\sqrt{x+1}}$$

$$4. \int_0^{+\infty} \frac{x \, dx}{1+x^4}$$

#### ВАРИАНТ 4

$$1. \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 x \cos^2 x \, dx$$

$$2. \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x \, dx}{\cos^2 x}$$

$$3. \int_1^6 \frac{\sqrt{x+3} \, dx}{x+4}$$

$$4. \int_0^e \frac{\ln^3 x}{x} dx$$

**Типовые варианты контрольной работы № 4**

(первый курс, второй семестр. Тема: «Дифференцирование функций нескольких переменных»)

**ВАРИАНТ 1**

1.  $z = \operatorname{arctg}^2\left(\frac{\sqrt{x}}{y}\right) + 2y^2$ , найти  $z'_x, z'_y$ .

2.  $u = \ln(x^2 + y^2 + z^2)$ ,  $\begin{cases} x = \sqrt{t}, \\ y = \ln t, \\ z = 3^t, \end{cases} \frac{du}{dt} = ?$

3.  $z = 2x^3 - xy^2 + 3y^2$ ,  $d^2 z = ?$

4.  $S: x^2 + y^2 + z^2 + 6z - 4x + 8 = 0$ ,

$M_0(2; 1; -1)$ . Написать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности  $S$ .

**ВАРИАНТ 2**

1.  $z = \operatorname{tg}^2(x \cdot y) + \frac{1}{y^5}$ , найти  $z'_x, z'_y$ .

2.  $u = \arcsin \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ ,  $\begin{cases} x = \ln t, \\ y = t^3, \\ z = \cos t, \end{cases}$

$\frac{du}{dt} = ?$

3.  $z = x^2 e^y$ ,  $d^2 z = ?$

4.  $S: x^2 + z^2 - 4y^2 = -2xy$ ,  $M_0(-2; 1; 2)$ .

Написать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности  $S$ .

**ВАРИАНТ 3**

1.  $z = x^3 \ln y + \frac{x}{y}$ , найти  $z'_x, z'_y$ .

2.  $u = \cos(x^2 + y^2 + z^2)$ ,  $\begin{cases} x = t^4, \\ y = te^t, \\ z = \ln t, \end{cases}$

$\frac{du}{dt} = ?$

3.  $z = y^2 \sin x$ ,  $d^2 z = ?$

4.  $S: x^2 + y^2 + z^2 - xy + 3z = 7$ ,  $M_0(1; 2; 1)$ .

Написать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности  $S$ .

**ВАРИАНТ 4**

1.  $z = x e^{\frac{x}{y}}$ , найти  $z'_x, z'_y$ .

2.  $u = \operatorname{tg}(x^2 + y^2 + z^2)$ ,  $\begin{cases} x = t^4, \\ y = \ln t, \\ z = t \cdot 3^t, \end{cases}$

$\frac{du}{dt} = ?$

3.  $z = x^2 \ln y$ ,  $d^2 z = ?$

4.  $S: x^2 + y^2 + z^2 + 6y + 4x = 8$ ,

$M_0(-1; 1; 2)$ . Написать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности  $S$ .

**Типовые варианты контрольной работы № 5**  
(первый курс, второй семестр. Тема: «Дифференциальные уравнения»)

**ВАРИАНТ 1**

1.  $x^2 y' = 2xy - y^2, y(1) = 2.$
2.  $y' + \frac{2y}{x} = \frac{1}{x^2}.$
3.  $y''(y-1) - 2(y')^2 = 0.$
4.  $4y'' + 16y' + 15y = 4e^{-\frac{3}{2}x}.$
5.  $y'' + 9y = \cos^4 3x.$

**ВАРИАНТ 2**

1.  $(x + y^2)dx + (2xy + 3)dy = 0.$
2.  $y' + \frac{2xy}{x^2 + 1} = \frac{1}{x}, y(1) = 2$
3.  $2yy'' = 1 + (y')^2.$
4.  $y'' - y = 5e^x.$
5.  $y'' + 4y = \frac{1}{\cos^2 x}.$

**ВАРИАНТ 3**

1.  $y' = \frac{y^2 - xy + x^2}{x^2}, y(1) = 2.$
2.  $(3x^2 y^2 + y \cos x)dx + (2x^3 y + \sin x)dy = 0$
3.  $y'' + y' \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos x}.$
4.  $y'' + y' = x^2.$
5.  $y'' - 6y' + 9y = \frac{e^{3x}}{x+1}.$

**ВАРИАНТ 4**

1.  $y' + \frac{y}{x \ln x} = \frac{1}{x}.$
2.  $y' = \frac{y^2}{x^2} + \frac{2y}{x}, y(1) = -\frac{1}{2}.$
3.  $2xy'y'' = (y')^2 - 1.$
4.  $y'' + 2y' + 5y = -2 \sin x.$
5.  $y'' + 9y = \frac{1}{\sin 3x}.$

**Типовые варианты контрольной работы № 6 (второй семестр)**

**ВАРИАНТ 1**

Исследовать на сходимость ряды:

1. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2 + n + 1}{3n^3 + n - 1}.$$

2. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3 + \ln n}.$$

3. 
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2 n}.$$

4. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n}{n^2 + 10}.$$

5. Найти интервал сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+4)^n}{4^n \cdot n!}.$$

**ВАРИАНТ 2**

Исследовать на сходимость ряды:

1. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n+1}{n} \right)^{n^2} \frac{1}{2^n}.$$

2. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n + 3^n}.$$

3. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n!}.$$

4. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{n^2}.$$

5. Найти интервал сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{x^{2n}}{n}.$$

**ВАРИАНТ 3**

Исследовать на сходимость ряды:

1. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6n^2}{9n^2 + 6n - 8}.$$

2. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n4^n}.$$

3. 
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln^2 n}{n}.$$

4. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{2n+3}.$$

5. Найти интервал сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(x+1)^n}{4^n}.$$

**ВАРИАНТ 4**

Исследовать на сходимость ряды:

1. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \sqrt{n^2 + 2n + 4} - \sqrt{n^2 + n + 3} \right) \cdot \frac{1}{n}$$

.

2. 
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n!}{2^n}.$$

3. 
$$\sum_{n=2}^{\infty} \arcsin^n \frac{1}{n}.$$

4. 
$$\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\ln n}.$$

5. Найти интервал сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{(x-3)^{2n-1}}{n \cdot 16^n}.$$

**Типовые варианты контрольной работы № 7**  
(второй курс, третий семестр. Тема: «Кратные интегралы»)

**ВАРИАНТ 1**

1. Изменить порядок интегрирования:  $\int_{-1}^0 dx \int_{x^2-2}^{-x^2} f(x, y) dy$ .
2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y = 11 - x^2$ ,  $y = -10x$ .
3. Вычислить:  $\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$ , где  $D: \{x^2 + y^2 \leq R^2, x \geq 0, y \geq 0\}$
4. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями:  $z = x^2 + y^2$ ,  $x + y = 4$ ,  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$ .

**ВАРИАНТ 2**

1. Изменить порядок интегрирования:  $\int_0^1 dx \int_x^{\sqrt{2-x^2}} f(x, y) dy$ .
2. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями:  
 $x^2 + y^2 = 2x$ ,  $y = x$ ,  $(y \geq x)$
3. Вычислить:  $\iint_D 3x^2 y^2 dx dy$ , где  $D: \{x = 1, y = x^3, y = -\sqrt{x}\}$
4. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями:  $z = 2 - x$ ,  $y^2 = 2x$ ,  $x = 2$ ,  $z = 0$ .

**ВАРИАНТ 3**

1. Изменить порядок интегрирования:  $\int_{-1}^0 dx \int_{x^2}^{e^{-x}} f(x, y) dy$ .
2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y = 3\sqrt{x}$ ,  $y = \frac{3}{x}$ ,  $x = 9$ .
3. Вычислить:  $\iint_D \frac{dx dy}{(x^2 + y^2)^2}$ , где  $D: \{x^2 + y^2 = 1, x \geq 0\}$
4. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями:  $z = x^2$ ,  $x + y = 1$ ,  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$ .

**ВАРИАНТ 4**

1. Изменить порядок интегрирования:  $\int_0^1 dx \int_{x^3}^{2-x} f(x, y) dy$
2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:  $x^2 + y^2 = 2y$ ,  $y \leq x$ .

3. Вычислить:  $\iint_D \arctg \frac{y}{x} dx dy$ , где  $D : \begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ x = 0, \\ y = x. \end{cases}$
4. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями:  $z = x^2 + y^2$ ,  $y = x^2$ ,  $y = 1$ ,  $z = 0$ .

**Типовые варианты контрольной работы № 8**  
(третий семестр, тема: «Криволинейные и поверхностные интегралы»)

**ВАРИАНТ 1**

1. Вычислить массу кривой  $\Gamma : y = x^2$  от точки  $(0; 0)$  до точки  $(2; 4)$ , если плотность равна  $\mu(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 3y + 1}}$ .
2. Вычислить работу переменной силы  $\vec{F}(M) = (x + 2y)\vec{i} + (x - y)\vec{j}$  на криволинейном пути  $\Gamma : \begin{cases} x = 2 \cos t, \\ y = 2 \sin t, \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \pi$ .
3. Вычислить:  $\iint_{\sigma} (2x + 3y + 2z) dS$ ,  $\sigma : x + 3y + z = 3$  в первом октанте.
4. Найти поток векторного поля  $\vec{F}(M) = x\vec{i} + y\vec{j} - \vec{k}$  через часть поверхности  $z^2 = x^2 + y^2$ , отсеченную плоскостью  $z = 5$  в направлении внешней нормали.

**ВАРИАНТ 2**

1.  $\int_{\Gamma} xy dl$ ,  $\Gamma : \begin{cases} x = a \cos^3 t, \\ y = a \sin^3 t. \end{cases}$
2. Вычислить,  $\int_{\Gamma} (x^4 + 4xy^3) dx + (6x^2y^2 - 5y^4) dy$ , где  $\Gamma$  - отрезок прямой  $AB$ .  
 $A(-2; -1)$ ,  $B(3; 0)$ .
3. Вычислить массу части поверхности  $\sigma : 2z = x^2 + y^2$ , отсеченной плоскостью  $z = 9$ , если плотность равна  $\mu(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{1 + 2z}}$ .
4. Вычислить:  $\iint_{\sigma} x dy dz + 3y dy dz + 2z dy dz$ , если  $\sigma : 2x + 3y + z = 6$  в первом октанте, в направлении нормали, образующей острый угол с осью  $Oz$ .

### **3.3 Содержание расчётно-графических работ**

#### **Расчётно-графическая работа № 1 (1 курс, 1 семестр)**

1. Исследовать функцию и построить ее график.
2. Вычислить предел, используя правило Лопитала.

#### **Расчётно-графическая работа № 2 (1 курс, 2 семестр)**

1. Вычислить площадь плоской области в ДСК.
2. Вычислить площадь плоской области в ПСК.
3. Вычислить длину дуги плоской кривой в ДСК.
4. Вычислить длину дуги плоской кривой, заданной параметрически.
5. Вычислить объем тела вращения.

#### **Расчётно-графическая работа № 3 (1 курс, 2 семестр)**

1. Исследовать на экстремум функцию двух переменных.
2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции двух переменных в области, ограниченной заданными линиями.

#### **Расчётно-графическая работа № 4 (1 курс, 2 семестр)**

1. Разложить функцию в степенной ряд.
2. Разложением подынтегральной функции в степенной ряд вычислить интеграл с указанной точностью.
3. Разложить функцию в ряд Фурье на заданном отрезке. Построить график суммы ряда Фурье
4. Разложить заданную функцию в ряд по синусам (косинусам). Построить график суммы ряда.

#### **Расчётно-графическая работа № 5 (2 курс, 3 семестр)**

1. Вычислить объём тела.
2. Вычислить массу тела.

#### **4. Методические материалы для определения процедур оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.**

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в соответствии с требованиями СПП

СТО СПбГТИ(ТУ) 016-2015. КС УКВД. Порядок проведения зачетов и экзаменов.