

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Пекаревский Борис Владимирович
Должность: Проректор по учебной и методической работе
Дата подписания: 01.09.2023 14:01:59
Уникальный программный ключ:
3b89716a1076b80b2c167df0f27c09d01782ba84

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Фонд оценочных средств по учебной дисциплине

Математика

1. Общие положения

Фонд оценочных средств (ФОС) предназначен для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины Математика.

ФОС включает контрольные материалы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации в форме экзамена.

2. Результаты освоения дисциплины, подлежащие проверке

Результаты обучения (освоенные умения, усвоенные знания)	Основные показатели оценки результатов
У1 Умение решать задачи математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии	<ul style="list-style-type: none"> - Выполнение действий над матрицами - Вычисление определителей - Решение систем линейных уравнений методом обратной матрицы - Решение систем линейных уравнений по формулам Крамера - Решение систем линейных уравнений методом Гаусса - Выполнение действий над векторами - Нахождение скалярного, векторного и смешанного произведения векторов - Построение точек и нахождение их координат в прямоугольной декартовой и полярной системах координат - Вычисление предела функции в точке и в бесконечности - Исследование функции на непрерывность в точке - Нахождение производной функции - Нахождение производных высших порядков - Исследование функции и построение графика - Нахождение неопределенных интегралов - Вычисление определенных интегралов - Нахождение частных производных - Исследование рядов на сходимость
У2 Умение применять различные методы для решения обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем	<ul style="list-style-type: none"> - Решение дифференциальных уравнений первого и второго порядка
У3 Умение решать вероятностные и статистические задачи	<ul style="list-style-type: none"> - Нахождение вероятности случайного события - Составление закона распределения случайной величины - Вычисление числовых характеристик случайных величин
З1 Знание основных методов математического анализа, аналитической геометрии, линейной алгебры, элементарной теории вероятностей	<ul style="list-style-type: none"> - Перечисление последовательности действий при решении систем линейных уравнений методом обратной матрицы, по формулам Крамера, методом Гаусса - Формулировка определений и перечисление свойств скалярного, векторного и

	<p>смешанного произведения векторов</p> <ul style="list-style-type: none"> - Классификация точек разрыва - Формулировка правил дифференцирования и перечисление производных основных элементарных функций - Перечисление табличных интегралов - Формулировка классического определения вероятности
32 Знание математических моделей простейших систем и процессов в естествознании и технике	<ul style="list-style-type: none"> - Формулировка геометрического и механического смысла производной - Приложение определенного интеграла к вычислению площадей плоских фигур, объемов тел вращения, пути, пройденного точкой - Описание процессов в естествознании и технике с помощью дифференциальных уравнений

3. Распределение оценивания результатов обучения по видам контроля

Наименование элемента умений или знаний	Виды аттестации	
	Текущий контроль	Промежуточная аттестация
У 1. Умение решать задачи математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии	расчетное задание - 10	расчетное задание - 24
У 2. Умение применять различные методы для решения обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем	расчетное задание - 1	расчетное задание - 3
У 3. Умение решать вероятностные и статистические задачи	расчетное задание - 1	расчетное задание - 3
З 1. Знание основных методов математического анализа, аналитической геометрии, линейной алгебры, элементарной теории вероятностей	устный ответ - 3 расчетное задание - 2	устный ответ - 33
З 2. Знание математических моделей простейших систем и процессов в естествознании и технике	устный ответ - 1 расчетное задание - 2	устный ответ - 4

4. Структура контрольного задания

4.1. Расчетное задание

4.1.1. Текст задания

Вариант 1

1. Найти матрицу $C=A+3B$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$.

2. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы.
3. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера.
4. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 1, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 5, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 7. \end{cases}$$

Вариант 2

1. Найти матрицу $C=2A-B$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$.

2. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы.
3. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера.
4. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = -2, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 7, \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 5. \end{cases}$$

Вариант 3

1. Найти матрицу $C=3A+B$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$.

2. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы.
3. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера.
4. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 4, \\ x_1 + 4x_2 - x_3 = 7, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 3. \end{cases}$$

Вариант 4

1. Найти матрицу $C=A-4B$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$.

2. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы.
3. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера.
4. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 3, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 6, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 4. \end{cases}$$

Вариант 5

1. Найти матрицу $C=4A-B$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$.
2. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы.
3. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера.
4. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 = 2, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 3, \\ 3x_1 + 7x_2 + x_3 = 10. \end{cases}$$

Вариант 6

1. Найти матрицу $C=A+2B$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$.
2. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы.
3. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера.
4. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 1. \end{cases}$$

4.1.2. Время на выполнение: 60 мин.

4.1.3. Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Основные показатели оценки результата	Оценка
У 1. Умение решать задачи математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии	- Выполнение действий над матрицами - Вычисление определителей - Решение систем линейных уравнений методом обратной матрицы - Решение систем линейных уравнений по формулам Крамера - Решение систем линейных уравнений методом Гаусса	
З 1. Знание основных методов математического анализа, аналитической геометрии, линейной алгебры, элементарной теории вероятностей	- Перечисление последовательности действий при решении систем линейных уравнений методом обратной матрицы, по формулам Крамера, методом Гаусса	

За верное решение 4 задач выставляется положительная оценка –5 баллов

За верное решение 3 задач выставляется положительная оценка –4 балла

За верное решение 2 задач выставляется положительная оценка –3 балла

За решение 1 задачи выставляется оценка –2 балла

4.2. Устный ответ

4.2.1. Текст задания

1. Дать определение вектора.
2. Дать определение проекции вектора на ось и перечислить ее свойства.
3. Дать определение скалярного произведения векторов и перечислить его свойства.
4. Дать определение векторного произведения векторов и перечислить его свойства.
5. Дать определение смешанного произведения векторов и перечислить его свойства.

4.2.2. Время на выполнение: 20 мин.

4.2.3. Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Основные показатели оценки результата	Оценка
3.1. Знание основных методов математического анализа, аналитической геометрии, линейной алгебры, элементарной теории вероятностей	- Формулировка определений и перечисление свойств скалярного, векторного и смешанного произведения векторов	5 баллов

За правильный ответ на вопросы выставляется – 1 балл.

За неправильный ответ на вопросы выставляется – 0 баллов.

В переводе на оценку по 5 бальной системе:

5 баллов – «отлично»

4 балла – «хорошо»

3 балла – «удовлетворительно»

2 балла и меньше – «неудовлетворительно»

4.3. Расчетное задание

4.3.1. Текст задания

Вариант 1

Даны векторы $\vec{a}(9; -2; 1)$ и $\vec{b}(4; 3; 0)$ (для № 1-5).

1. Найти $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

2. Найти $(\vec{a} \wedge \vec{b})$.

3. Найти \vec{a}^2 .

4. Найти $|\vec{b}|$.

5. Найти координаты векторов $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$, $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$, $\vec{f} = -3\vec{a}$.

6. В прямоугольной декартовой системе координат построить точки $A(0; 0)$, $B(3; -4)$, $C(-3; 4)$. Определить расстояние между точками A и B , B и C , A и C .

7. Построить точки, заданные полярными координатами: $A(2; \pi/2)$, $B(3; \pi/4)$, $C(3; 3\pi/4)$.

8. Даны точки в полярной системе координат $A(2; \pi/4)$, $B(4; \pi/2)$. Найти их прямоугольные координаты.

Вариант 2

Даны векторы $\vec{a}(-3; 2; 1)$ и $\vec{b}(3; 0; 4)$ (для № 1-5).

1. Найти $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

2. Найти $(\vec{a} \wedge \vec{b})$.

3. Найти \vec{a}^2 .

4. Найти $|\vec{b}|$.

5. Найти координаты векторов $e = a + b$, $d = a - b$, $f = -3a$.
6. В прямоугольной декартовой системе координат построить точки $A (0; 0)$, $C (-3; 4)$, $D (-2; 2)$ $E (10; -3)$. Определить расстояние между точками C и D , A и D , D и E .
7. Построить точки, заданные полярными координатами: $A (4; 0)$, $B (2; 3\pi/2)$, $C (3; \pi)$.
8. Даны точки в прямоугольной системе координат $A (0; 5)$, $B (-3; 0)$, $C (\sqrt{3}; 1)$. Найти их полярные координаты.

4.3.2. Время на выполнение: 70 мин.

4.3.3. Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Основные показатели оценки результата	Оценка
У 1. Умение решать задачи математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии	- Выполнение действий над векторами - Нахождение скалярного, векторного и смешанного произведения векторов - Построение точек и нахождение их координат в прямоугольной декартовой и полярной системах координат	8 баллов

За верное решение задачи выставляется – 1 балл.

За неверное решение задачи выставляется – 0 баллов.

Всего за расчетное задание 8 баллов

В переводе на оценку по 5 бальной системе:

8 баллов – «отлично»

5 баллов – «хорошо»

4 балла – «удовлетворительно»

3 балла и меньше – «неудовлетворительно»

4.4. Расчетное задание

4.4.1. Текст задания

Вариант 1

1. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 8x + 15}$$

2. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x + 5}{3x - 6}$$

3. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 17x}{\sin 12x}.$$

4. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{7}{x}\right)^{\frac{x}{3}}.$$

Вариант 2

1. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 + x - 20}{x^2 - 16}.$$

2. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x + 6}{2x - 4}.$$

3. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{\sin 13x}.$$

4. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{12}{x}\right)^{\frac{x}{4}}.$$

Вариант 3

1. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 49}{x^2 - 5x - 14}.$$

2. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 4}{2x - 6}.$$

3. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 9x}{\sin 4x}.$$

4. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{15}{x}\right)^{\frac{x}{5}}.$$

Вариант 4

1. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 12x + 35}{x^2 - 25}$$

2. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 1}{2x - 10}$$

3. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x}{\sin 19x}$$

4. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4}{x}\right)^{2x}$$

Вариант 5

1. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2 - 3x - 18}{x^2 - 36}$$

2. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x - 3}{3x - 12}$$

3. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin 14x}$$

4. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{10}{x}\right)^{3x}$$

Вариант 6

1. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{x^2 - 81}{x^2 - 11x + 18}$$

2. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 6} \frac{3x - 5}{2x - 12}$$

3. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 19x}{\sin 3x}$$

4. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{14}{x}\right)^{2x}$$

4.4.2. Время на выполнение: 40 мин.

4.4.3. Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Основные показатели оценки результата	Оценка
У 1. Умение решать задачи математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии	- Вычисление предела функции в точке и в бесконечности	

За верное решение 4 задач выставляется положительная оценка –5 баллов

За верное решение 3 задач выставляется положительная оценка –4 балла

За верное решение 2 задач выставляется положительная оценка –3 балла

За решение 1 задачи выставляется оценка –2 балла

4.5. Расчетное задание

4.5.1. Текст задания

Вариант 1

Исследовать функцию $f(x) = \frac{1}{x}$ на непрерывность в точке $x_0 = 0$.

Вариант 2

Исследовать функцию $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{при } x \neq 0, \\ 1 & \text{при } x = 0 \end{cases}$ на непрерывность в точке $x_0 = 0$

Вариант 3

Исследовать функцию $f(x) = x^2$ на непрерывность в точке $x_0 = 0$.

4.5.2. Время на выполнение: 10 мин.

4.5.3. Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Основные показатели оценки результата	Оценка
---	---------------------------------------	--------

У 1. Умение решать задачи математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии	- Исследование функции на непрерывность в точке	
З 1. Знание основных методов математического анализа, аналитической геометрии, линейной алгебры, элементарной теории вероятностей	- Классификация точек разрыва	

1. Если задача решена в полном объеме выставляется оценка -5 «отлично»
2. Если определена функция в окрестностях точки X_0 , но не дана классификация этой точки – оценка 4(хорошо)
3. Если не определены правый и левый пределы в точке разрыва функции – оценка 3 (удовлетворительно)
4. Если не приведена формула предела функции при $X \rightarrow X_0$, выставляется оценка 2 (неудовлетворительно)

4.6. Расчетное задание

4.6.1. Текст задания

Вариант 1

1. Найти производную функции $y = \sin^6(4x^3 - 2)$.
2. Найти производную третьего порядка функции $y = 3x^4 + \cos 5x$.
3. Написать уравнение касательной к графику функции $f(x) = \frac{3}{x}$ в точке с абсциссой $x_0 = -1$, $x_0 = 1$.
4. Материальная точка движется по закону $x(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 2t^2 + 5t$. Найти скорость и ускорение в момент времени $t=5$ с. (Перемещение измеряется в метрах.)

Вариант 2

1. Найти производную функции $y = \cos^4(6x^2 + 9)$.
2. Найти производную третьего порядка функции $y = 2x^5 - \sin 3x$.
3. Написать уравнение касательной к графику функции $f(x) = 2x - x^2$ в точке с абсциссой $x_0 = 0$, $x_0 = 2$.
4. Материальная точка движется по закону $x(t) = t^3 - 4t^2$. Найти скорость и ускорение в момент времени $t=5$ с. (Перемещение измеряется в метрах.)

Вариант 3

1. Найти производную функции $y = \operatorname{tg}^5(3x^4 - 13)$.
2. Найти производную третьего порядка функции $y = 4x^3 - e^{5x}$.
3. Написать уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^2 + 1$ в точке с абсциссой $x_0 = 0$, $x_0 = 1$.

4. Материальная точка движется по закону $x(t) = \frac{1}{4}t^4 + t^2$. Найти скорость и ускорение в момент времени $t=5$ с. (Перемещение измеряется в метрах.)

Вариант 4

1. Найти производную функции $y = ctg^4(5x^3 + 6)$.
2. Найти производную третьего порядка функции $y = 5x^4 - \cos 4x$.
3. Написать уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^3 - 1$ в точке с абсциссой $x_0 = -1$, $x_0 = 2$.
4. Материальная точка движется по закону $x(t) = t^4 - 2t$. Найти скорость и ускорение в момент времени $t=5$ с. (Перемещение измеряется в метрах.)

Вариант 5

1. Найти производную функции $y = \arcsin^3 7x^2$.
2. Найти производную третьего порядка функции $y = 4x^4 + \sin 2x$.
3. Написать уравнение касательной к графику функции $f(x) = tgx$ в точке с абсциссой $x_0 = \frac{\pi}{4}$, $x_0 = \frac{\pi}{3}$.
4. Материальная точка движется по закону $x(t) = 2t^3 - 8$. Найти скорость и ускорение в момент времени $t=5$ с. (Перемещение измеряется в метрах.)

Вариант 6

1. Найти производную функции $y = arctg^6 5x^4$.
2. Найти производную третьего порядка функции $y = 6x^5 + e^{4x}$.
3. Написать уравнение касательной к графику функции $f(x) = 1 + \cos x$ в точке с абсциссой $x_0 = 0$, $x_0 = \frac{\pi}{2}$.
4. Материальная точка движется по закону $x(t) = t^4 + 2t$. Найти скорость и ускорение в момент времени $t=5$ с. (Перемещение измеряется в метрах.)

4.6.2. Время на выполнение: 40 мин.

4.6.3. Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Основные показатели оценки результата	Оценка
У 1. Умение решать задачи математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии	- Нахождение производной функции - Нахождение производных высших порядков	
З 2. Знание математических моделей простейших систем и процессов в естествознании и технике	- Формулировка геометрического и механического смысла производной	

За верное решение 4 задач выставляется положительная оценка –5 баллов

За верное решение 3 задач выставляется положительная оценка –4 балла

За верное решение 2 задач выставляется положительная оценка –3 балла

За решение 1 задачи выставляется оценка –2 балла

4.7. Устный ответ

4.7.1. Текст задания

Сформулировать правила дифференцирования и записать производные основных элементарных функций:

1. $c' =$

2. $(x^\alpha)' =$

В частности, $x' =$

$$(x^2)' =$$

$$(x^3)' =$$

$$(\sqrt{x})' =$$

$$\left(\frac{1}{x}\right)' =$$

3. $(kx + b)' =$

4. $(a^x)' =$

В частности, $(e^x)' =$

5. $(\log_a x)' =$

В частности, $(\ln x)' =$

$$(\lg x)' =$$

6. $(\sin x)' =$

7. $(\cos x)' =$

8. $(\operatorname{tg} x)' =$

9. $(\operatorname{ctg} x)' =$

10. $(\arcsin x)' =$

11. $(\arccos x)' =$

12. $(\operatorname{arctg} x)' =$

13. $(\operatorname{arcctg} x)' =$

ПРАВИЛА ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ

14. $(u + v)' =$

15. $(u - v)' =$

16. $(uv)' =$

17. $(cu)' =$

18. $\left(\frac{u}{v}\right)' =$

В частности, $\left(\frac{1}{v}\right)' =$

ПРОИЗВОДНАЯ СЛОЖНОЙ ФУНКЦИИ

19. $f(\varphi(x))' =$

4.7.2. Время на выполнение: 15 мин.

4.7.3. Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Основные показатели оценки результата	Оценка
3 1. Знание основных методов математического анализа, аналитической геометрии, линейной алгебры, элементарной теории вероятностей	- Формулировка правил дифференцирования и перечисление производных основных элементарных функций	28 баллов

За правильный ответ на вопросы выставляется – 1 балл.

За неправильный ответ на вопросы выставляется – 0 баллов.

Всего за задание 28 баллов

В переводе на оценку по 5 бальной системе:

24-28 баллов – «отлично»

16-23 балла – «хорошо»

8-15 баллов – «удовлетворительно»

8 баллов и меньше – «неудовлетворительно»

4.8. Расчетное задание

4.8.1. Текст задания

Исследовать функцию и построить ее график.

Вариант 1

$$f(x) = x^2 - 2x + 8.$$

Вариант 2

$$f(x) = -\frac{2x^2}{3} + x + \frac{2}{3}.$$

Вариант 3

$$f(x) = -x^2 + 5x + 4.$$

Вариант 4

$$f(x) = \frac{x^2}{4} + \frac{x}{16} + \frac{1}{4}.$$

Вариант 5

$$f(x) = -x^3 + 3x - 2.$$

Вариант 6

$$f(x) = x^4 - 2x^2 - 3.$$

Вариант 7

$$f(x) = x^3 + 3x + 2.$$

Вариант 8

$$f(x) = 3x^2 - x^3.$$

4.8.2. Время на выполнение: 20 мин.

4.8.3. Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Основные показатели оценки результата	Оценка
У 1. Умение решать задачи математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии	- Исследование функции и построение графика	

За исследование в полном объеме и построение графика выставляется оценка 5 (отлично)

За правильное исследование без построения графика выставляется оценка 4 (хорошо)

За исследование по 5-6 пунктам схемы исследования функции выставляется оценка 3 (удовлетворительно)

За исследование по 2-3 пунктам схемы исследования функции выставляется оценка 2 (неудовлетворительно)

4.9. Расчетное задание

4.9.1. Текст задания

Вариант 1

Найти неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования (для № 1-5).

1. $\int \left(5 \cos x - 3x^2 + \frac{1}{x} \right) dx.$

2. $\int \frac{3x^8 - x^5 + x^4}{x^5} dx.$

3. $\int (6^x \cdot 3^{2x} - 4) dx.$

4. $\int \left(\frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \right) dx.$

5. $\int \frac{dx}{1+16x^2}.$

Найти неопределенные интегралы методом подстановки (для № 6-8).

6. $\int (8x - 4)^3 dx.$

7. $\int \frac{12x^3 + 5}{3x^4 + 5x - 3} dx.$

8. $\int x^5 \cdot e^{-x^6} dx.$

9. Найти неопределенный интеграл методом интегрирования по частям:
 $\int (x + 5) \cos x dx.$

Вариант 2

Найти неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования (для № 1-5).

1. $\int \left(6 \sin x + 4x^3 - \frac{1}{x} \right) dx.$

2. $\int \frac{x^9 - 3x^7 + 2x^6}{x^7} dx.$

3. $\int (7^x \cdot 2^{2x} + 5) dx.$

4. $\int \left(\frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx.$

5. $\int \frac{dx}{\sqrt{4-9x^2}}.$

Найти неопределенные интегралы методом подстановки (для № 6-8).

6. $\int (7x+5)^4 dx.$

7. $\int \frac{18x^2 - 3}{6x^3 - 3x + 8} dx.$

8. $\int x^7 \cdot e^{x^8} dx.$

9. Найти неопределенный интеграл методом интегрирования по частям:
 $\int (x-2) \sin x dx.$

4.9.2. Время на выполнение: 60 мин.

4.9.3. Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Основные показатели оценки результата	Оценка
У 1. Умение решать задачи математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии	- Нахождение неопределенных интегралов	9 баллов

За верное решение задачи выставляется – 1 балл.

За неверное решение задачи выставляется – 0 баллов.

Всего за расчетное задание 9 баллов

В переводе на оценку по 5 бальной системе:

8-9 баллов – «отлично»

6-7 баллов – «хорошо»

3-5 баллов – «удовлетворительно»

1-2 балла – «неудовлетворительно»

4.10. Устный ответ

4.10.1. Текст задания

Записать табличные интегралы:

1. $\int 0 dx =$
2. $\int x^\alpha dx =$
В частности, $\int dx =$
3. $\int \frac{dx}{x} =$
4. $\int a^x dx =$
В частности, $\int e^x dx =$
5. $\int \cos x dx =$
6. $\int \sin x dx =$
7. $\int \frac{dx}{\cos^2 x} =$
8. $\int \frac{dx}{\sin^2 x} =$
9. $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} =$
В частности, $\int \frac{dx}{\sqrt{1 - x^2}} =$
10. $\int \frac{dx}{a^2 + x^2} =$
В частности, $\int \frac{dx}{1 + x^2} =$

4.10.2. Время на выполнение: 10 мин.

4.10.3. Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Основные показатели оценки результата	Оценка
З 1. Знание основных методов математического анализа, аналитической геометрии, линейной алгебры, элементарной теории вероятностей	- Перечисление табличных интегралов	14 баллов

За правильный ответ на вопросы выставляется – 1 балл.

За неправильный ответ на вопросы выставляется – 0 баллов.

Всего за задание 14 баллов

В переводе на оценку по 5 бальной системе:

12-14 баллов – «отлично»

9-11 баллов – «хорошо»

5-8 баллов – «удовлетворительно»

4 балла и меньше – «неудовлетворительно»

4.11. Расчетное задание

4.11.1. Текст задания

Вариант 1

1. Вычислить определенный интеграл: $\int_0^2 (4x^2 + x - 3) dx$.
2. Вычислить определенный интеграл методом подстановки: $\int_2^3 (2x - 1)^3 dx$.
3. Вычислить, предварительно сделав рисунок, площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = -x^2 + 4$, $y = 0$, $x = -2$, $x = 2$.
4. Найти объем тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс криволинейной трапеции, ограниченной линиями: $y = \sqrt{x}$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 4$.
5. Скорость движения точки изменяется по закону $v = 3t^2 + 2t + 1$ (м/с). Найти путь S , пройденный точкой за 10 с от начала движения.

Вариант 2

1. Вычислить определенный интеграл: $\int_0^3 (2x^2 - x + 4) dx$.
2. Вычислить определенный интеграл методом подстановки: $\int_0^1 (3x + 1)^4 dx$.
3. Вычислить, предварительно сделав рисунок, площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = -x^2 + 1$, $y = 0$, $x = -1$, $x = 1$.
4. Найти объем тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс криволинейной трапеции, ограниченной линиями: $y = \sqrt{x}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$.
5. Скорость движения точки изменяется по закону $v = 9t^2 - 8t$ (м/с). Найти путь S , пройденный точкой за четвертую секунду.

4.11.2. Время на выполнение: 40 мин.

4.11.3. Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Основные показатели оценки результата	Оценка
У 1. Умение решать задачи математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии	- Вычисление определенных интегралов	
З 2. Знание математических моделей простейших систем и процессов в естествознании и технике	- Приложение определенного интеграла к вычислению площадей плоских фигур, объемов тел вращения, пути, пройденного точкой	

- За верное решение 5 задач выставляется положительная оценка –5 баллов
- За верное решение 3-4 задач выставляется положительная оценка –4 балла
- За верное решение 2 задач выставляется положительная оценка –3 балла
- За решение 1 задачи выставляется оценка –2 балла

4.12. Расчетное задание

4.12.1. Текст задания

Вариант 1

Найти частные производные функций.

1. $z = x \cdot \ln y + \frac{y}{x}$.
2. $z = \ln(x^2 + 2y^3)$.
3. $z = (1 + x^2)^y$.

Вариант 2

Найти частные производные функций.

1. $z = x^y$.
2. $z = x^3 y^2 - 2xy^3$.
3. $z = \ln^x y$.

4.12.2. Время на выполнение: 25 мин.

4.12.3. Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Основные показатели оценки результата	Оценка
У 1. Умение решать задачи математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии	- Нахождение частных производных	

- За верное решение 3 задач выставляется положительная оценка –5 баллов
- За верное решение 2 задач выставляется положительная оценка –4 балла
- За верное решение 1 задачи выставляется положительная оценка –3 балла
- За неверное решение всех задач выставляется оценка –2 балла

4.13. Расчетное задание

4.13.1. Текст задания

Вариант 1

Являются ли данные функции решениями данных дифференциальных уравнений (для № 1-4).

1. $y = c_1 e^{-5x} + c_2 e^x, \quad y'' + 4y' - 5y = 0.$

2. $y = c_1 e^x + c_2 x e^x, \quad y'' + 2y' + y = 0.$

3. $y = \frac{8}{x}, \quad y' = -\frac{1}{8} y^2.$

4. $y = e^{4x} + 2, \quad y' = 4y.$

5. Решить задачу Коши: $y' = 4x^3 - 2x + 5, \quad y(1) = 8.$

Решить следующие дифференциальные уравнения первого и второго порядка (для № 6-12).

6. $y' = \frac{1}{\cos^2 x} + x^4.$

7. $y' = -6y.$

8. $y' = \frac{x-1}{y^2}.$

9. $y' = \frac{y}{\sqrt{1-x^2}}.$

10. $y' - 3y + 5 = 0.$

11. $y'' - 7y' + 10y = 0.$

12. $y'' + 4y' + 4y = 0.$

Вариант 2

Являются ли данные функции решениями данных дифференциальных уравнений (для № 1-4).

1. $y = c_1 e^{-2x} + c_2 x e^{-2x}, \quad y'' + 4y' + 4y = 0.$

2. $y = c_1 e^{3x} + c_2 e^x, \quad y'' - y' - 6y = 0.$

3. $y = e^{3x} - 5, \quad y' = 3y + 15.$

4. $y = \frac{5}{x}, \quad y' = -y^2.$

5. Решить задачу Коши: $y' = 3x^2 - 2x + 6, \quad y(2) = 19.$

Решить следующие дифференциальные уравнения первого и второго порядка (для № 6-12).

6. $y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} - x^7.$

7. $y' = 8y.$

8. $y' = \frac{2x}{y^2}.$

9. $y' = \frac{y}{1+x^2}.$

10. $y' + 8y - 3 = 0.$

11. $y'' + 8y' + 16y = 0.$

12. $y'' - y' - 12y = 0.$

4.13.2. Время на выполнение: 80 мин.

4.13.3. Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Основные показатели оценки результата	Оценка
У 2. Умение применять различные методы для решения обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем	- Решение дифференциальных уравнений первого и второго порядка	12 баллов

За верное решение задачи выставляется – 1 балл.

За неверное решение задачи выставляется – 0 баллов.

Всего за расчетное задание 12 баллов

В переводе на оценку по 5 бальной системе:

11-12 баллов – «отлично»

8-10 баллов – «хорошо»

3-7 баллов – «удовлетворительно»

менее 3 баллов – «неудовлетворительно»

4.14. Устный ответ

4.14.1. Текст задания

1. Сформулировать общие положения при составлении дифференциального уравнения по условию задачи.
2. Записать дифференциальное уравнение показательного роста и показательного убывания и получить его решение. Привести примеры прикладных задач, решаемых с его помощью.
3. Сформулировать задачу о радиоактивном распаде, записать для нее дифференциальное уравнение.
4. Сформулировать задачу о гармонических колебаниях, записать дифференциальное уравнение гармонических колебаний.
5. Сформулировать задачу о падении тел в атмосферной среде, записать для нее дифференциальное уравнение.

4.14.2. Время на выполнение: 30 мин.

4.14.3. Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Основные показатели оценки результата	Оценка
З 2. Знание математических моделей простейших систем и процессов в естествознании и технике	- Описание процессов в естествознании и технике с помощью дифференциальных уравнений	5 баллов

За правильный ответ на вопросы выставляется – 1 балл.

За неправильный ответ на вопросы выставляется – 0 баллов.

Всего за задание 5 баллов

В переводе на оценку по 5 бальной системе:

5 баллов – «отлично»

4 балла – «хорошо»

3 балла – «удовлетворительно»

2 балла и меньше – «неудовлетворительно»

4.15. Расчетное задание

4.15.1. Текст задания

1. Пользуясь необходимым признаком сходимости, показать, что ряд

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{n}{n+1} + \dots$$

расходится.

2. С помощью признака Даламбера решить вопрос о сходимости ряда

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} + \dots + \frac{n}{3^n} + \dots$$

3. Пользуясь признаком Лейбница, исследовать на сходимость знакопеременяющийся ряд

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{1}{n} + \dots$$

4. Пользуясь признаком сходимости знакопеременного ряда, исследовать на сходимость ряд

$$1 - \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} - \frac{1}{4!} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{1}{n!} + \dots$$

4.15.2. Время на выполнение: 30 мин.

4.15.3. Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Основные показатели оценки результата	Оценка
У 1. Умение решать задачи математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии	Исследование рядов на сходимость	

За верное решение 4 задач выставляется положительная оценка –5 баллов

За верное решение 3 задач выставляется положительная оценка –4 балла

За верное решение 2 задач выставляется положительная оценка –3 балла

За решение 1 задачи выставляется оценка –2 балла

4.16. Расчетное задание

4.16.1. Текст задания

1. Из корзины, в которой находятся 4 белых и 7 черных шара, вынимают один шар. Найти вероятность того, что шар окажется черным.
2. Определить вероятность появления «герба» при бросании монеты.
3. В корзине 20 шаров: 5 синих, 4 красных, остальные черные. Выбирают наудачу один шар. Определить, с какой вероятностью он будет цветным.
4. Событие A состоит в том, что станок в течение часа потребует внимания рабочего. Вероятность этого события составляет 0,7. Определить, с какой вероятностью станок не потребует внимания.
5. В одной корзине находятся 4 белых и 8 черных шаров, в другой – 3 белых и 9 черных. Из каждой корзины вынули по шару. Найти вероятность того, что оба шара окажутся белыми.
6. Бросают две монеты. Определить, с какой вероятностью появится «герб» на обеих монетах.
7. В лотерее 100 билетов. Разыгрывается один выигрыш в 200 рублей и двадцать выигрышей по 50 рублей. Пусть X – величина возможного выигрыша для человека, имеющего один билет. Составить закон распределения этой случайной величины X .
8. Случайная величина X задана законом распределения:

1	4	6
0,1	0,6	0,3

Найти ее математическое ожидание.

9. Согласно статистике, вероятность того, что двадцатипятилетний человек проживет еще год, равно 0,992. Компания предлагает застраховать жизнь на год на 1000 у.е. с уплатой 10 у.е. взноса. Определить, какую прибыль ожидает компания от страховки одного двадцатипятилетнего человека.
10. Случайная величина X задана законом распределения:

1	5	8
0,1	0,2	0,7

Найти дисперсию и среднее квадратичное отклонение этой случайной величины X .

11. Случайные величины X и Y заданы законом распределения. Найти математическое ожидание этих случайных величин и определить по таблицам, какая из данных величин более рассеяна. Подсчитать дисперсии $D(X)$ и $D(Y)$. Убедиться, что $D(X) > D(Y)$.

X	2	20	28	50
	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

Y	23	25	26
	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$

4.16.2. Время на выполнение: 45 мин.

4.16.3. Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Основные показатели оценки результата	Оценка
---	---------------------------------------	--------

У 3. Умение решать вероятностные и статистические задачи	- Нахождение вероятности случайного события - Составление закона распределения случайной величины - Вычисление числовых характеристик случайных величин	11 баллов
З 1. Знание основных методов математического анализа, аналитической геометрии, линейной алгебры, элементарной теории вероятностей	- Формулировка классического определения вероятности	

За верное решение задачи выставляется – 1 балл.

За неверное решение задачи выставляется – 0 баллов.

Всего за задание 11 баллов

В переводе на оценку по 5 бальной системе:

10-11баллов – «отлично»

7-9 баллов – «хорошо»

5-6 баллов – «удовлетворительно»

менее 5 баллов – «неудовлетворительно»

4.17. Вопросы к экзамену

1. Матрицы, действия над матрицами.
2. Определители 1-го, 2-го, 3-го порядков. Правило треугольников.
3. Определители n-го порядка. Теорема Лапласа.
4. Обратная матрица. Алгоритм нахождения обратной матрицы.
5. Ранг матрицы. Алгоритм вычисления ранга матрицы с помощью элементарных преобразований.
6. Система линейных уравнений. Метод обратной матрицы. Формулы Крамера. Метод Гаусса.
7. Векторы и операции над ними.
8. Проекция вектора на ось и ее свойства.
9. Декартова прямоугольная система координат. Полярная система координат.
10. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов.
11. Предел функции в точке. Основные теоремы о пределах.
12. Предел функции при x , стремящемся к бесконечности. Замечательные пределы. Число e .
13. Непрерывность функции в точке и на промежутке. Точка непрерывности функции. Точка разрыва функции. Свойства непрерывных функций. Приращение аргумента. Приращение функции.
14. Производная функции. Дифференциал функции. Геометрический смысл производной. Механический смысл производной.
15. Таблица производных. Понятие сложной функции. Производная сложной функции.
16. Схема исследования функции. Область определения функции. Множество значений функции. Четность и нечетность функции. Нули функции. Промежутки знак постоянства функции. Возрастание и убывание функции, правило нахождения промежутков монотонности. Точки экстремума функции, правило нахождения экстремумов функции.

17. Производные высших порядков. Физический смысл второй производной. Исследование функции с помощью второй производной.
18. Первообразная. Неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенного интеграла.
19. Таблица неопределенных интегралов.
20. Методы интегрирования: метод непосредственного интегрирования; метод замены переменной (метод подстановки); метод интегрирования по частям.
21. Определенный интеграл. Понятие интегральной суммы. Достаточное условие существования определенного интеграла (интегрируемости функции).
22. Основные свойства определенного интеграла. Геометрический смысл определенного интеграла.
23. Методы вычисления определенных интегралов. Формула Ньютона-Лейбница.
24. Геометрические и физические приложения определенного интеграла.
25. Функции нескольких переменных. Частные производные.
26. Понятие дифференциального уравнения. Общее и частное решение дифференциального уравнения. Интегральные кривые. Задача Коши.
27. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.
28. Методы решения дифференциальных уравнений.
29. Понятие числового ряда. Сходимость и расходимость числовых рядов.
30. Необходимый признак сходимости ряда. Признак сравнения. Признак Даламбера.
31. Понятие знакочередующегося ряда. Признак сходимости Лейбница.
32. Абсолютная и условная сходимость знакопеременного ряда.
33. Функциональные ряды. Степенные ряды. Область сходимости степенного ряда. Разложение элементарных функций в ряд Маклорена.
34. Понятие события. Достоверные, невозможные, совместные, несовместные, противоположные события. Классическое определение вероятности.
35. Теорема сложения вероятностей. Теорема умножения вероятностей.
36. Случайная величина. Дискретная и непрерывная случайные величины. Закон распределения дискретной случайной величины. Интегральная функция распределения непрерывной случайной величины.
37. Математическое ожидание дискретной случайной величины. Отклонение случайной величины. Дисперсия дискретной случайной величины. Среднее квадратичное отклонение случайной величины.

4.18. Контрольные задания

1. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{7}{3x}\right)^{5x}$.
2. Вычислить пределы:
 а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 - x^3 + 1}{2x^4 + x}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 2x}{x^2 - 4}$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 4}{x^3 + 2x}$.
3. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 17x}{\sin 5x}$.
4. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{3x}$.
5. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 + x}{x^2 - 2x}$.
6. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x^2 - 10x + 16}{x - 8}$.

7. Исследовать функцию $f(x) = \frac{5x}{x-6}$ на непрерывность в точке $x_0 = 6$.
8. Исследовать функцию $f(x) = 3x^2 - x^3$ и построить ее график.
9. Вычислить значение производной следующих функций в точке $x_0 = 4$:
 а) $f(x) = 8x^2 - \ln x$; б) $f(x) = x^3 + 5x$.
10. Найти производную функции $y = (x^4 - 5x^2 + x)^7$.
11. Найти производную функции $y = \frac{11x - 8}{2x + 4}$.
12. Найти производную функции $y = e^{2x^3 - 8}$.
13. Найти производную функции $y = \ln(8x^4 - 3x^2 + 2)$.
14. Найти неопределенный интеграл $\int \frac{4 - x^3 + x^2 - 2x}{x} dx$.
15. Найти неопределенный интеграл методом замены переменной $\int x^2 \cdot e^{x^3} dx$.
16. Найти неопределенный интеграл методом замены переменной $\int (6x + 11)^4 dx$.
17. Найти неопределенный интеграл методом замены переменной $\int \cos(6x - 1) dx$.
18. Найти неопределенный интеграл методом замены переменной $\int \sin^6 x \cdot \cos x dx$.
19. Вычислить определенный интеграл $\int_0^3 (5x + 1) dx$.
20. Вычислить определенный интеграл $\int_0^1 (x - 5)x dx$.
21. Вычислить определенный интеграл $\int_0^2 \frac{2x^3 + x^4}{x^2} dx$.
22. Скорость движения точки изменяется по закону $v = 5t^2 + 4t + 2$ (м/с). Найти путь s , пройденный точкой за 4 с от начала движения.
23. Вычислить объем тела, полученного от вращения фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 3$, вокруг оси Ox .
24. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 2$.
25. Решить дифференциальное уравнение $y'' - 9y' + 20y = 0$.
26. Решить задачу Коши: $y' = 6x^2 + 4x$, $y(1) = 9$.
27. Решить дифференциальное уравнение $y' = 11x$.
28. В одной корзине находятся 5 белых и 10 черных шаров, в другой – 4 белых и 11 черных. Из каждой корзины вынули по шару. Найти вероятность того, что оба шара окажутся черными.
29. В лотерее 1000 билетов. Разыгрывается один выигрыш в 200 рублей и десять выигрышей по 100 рублей. Пусть X – величина возможного выигрыша для человека, имеющего один билет. Составить закон распределения этой случайной величины X .
30. Случайная величина X задана законом распределения:

4	6	7
0,4	0,5	0,1

Найти математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратичное отклонение этой случайной величины X .