

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Пекаревский Борис Владимирович  
Должность: Проректор по учебной и методической работе  
Дата подписания: 02.11.2023 12:55:44  
Уникальный программный ключ:  
3b89716a1076b80b2c167df0f27c09d01782ba84



**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Санкт-Петербургский государственный технологический институт  
(технический университет)»  
(СПбГТИ(ТУ))**

**УТВЕРЖДАЮ**

**Проректор по учебной и  
методической работе**

**Б. В. Пекаревский**

**« 12 » февраля 2021 года**

**Рабочая программа дисциплины**

## **МЕТОДЫ АНАЛИЗА И РЕШЕНИЯ СИСТЕМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ**

Направление подготовки

**27.03.03 Системный анализ и управление**

Направленности программ бакалавриата

**Все направленности**

Квалификация

**Бакалавр**

Форма обучения

**Очная**

Факультет **информационных технологий и управления**

Кафедра **математики**

Санкт-Петербург

2021

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.....	3
2. Место дисциплины в структуре образовательной программы .....	4
3. Объем дисциплины.....	5
4. Содержание дисциплины.....	5
4.1. Разделы дисциплины и виды занятий .....	5
4.2. Формирование индикаторов достижения компетенций разделами дисциплины .....	6
4.3. Занятия лекционного типа .....	6
4.4. Занятия семинарского типа .....	6
4.5. Самостоятельная работа обучающихся.....	7
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине .....	8
6. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации .....	8
7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины .....	8
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины .....	8
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.....	9
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине .....	9
10.1. Информационные технологии.....	9
10.2. Программное обеспечение.....	9
10.3. Базы данных и информационные справочные системы .....	9
11. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине .....	9
12. Особенности освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья .....	10
Фонд оценочных средств .....	11
1. Перечень компетенций и этапов их формирования.....	11
2. Показатели и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования, шкала оценивания.....	12
3. Типовые контрольные задания для проведения промежуточной аттестации .....	17
4. Методические материалы для определения процедур оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.....	19

# 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения (дескрипторы)
<p><b>ОПК-8</b> Способен принимать научно обоснованные решения в области системного анализа и автоматического управления на основе знаний профильных разделов математики, физики, информатики, методов системного и функционального анализа, теории управления и теории знаний</p>	<p><b>ОПК-8.1</b> Применение методов анализа и решения систем дифференциальных уравнений для решения прикладных задач в профессиональной деятельности.</p>	<p><b>Знать:</b> основные понятия и теоремы о системах дифференциальных уравнений (ЗН-1); методы решения линейных систем дифференциальных уравнений (ЗН-2); основные понятия и правила операционного исчисления (ЗН-3); определение понятия устойчивости решения системы дифференциальных уравнений и условия устойчивости для линейных и нелинейных систем. (ЗН-4); важнейшие классические модели технических систем, природных и социальных явлений (ЗН-5).</p> <p><b>Уметь:</b> находить решения систем дифференциальных уравнений методом исключения и матричным методом (У-1); находить решения линейных систем дифференциальных уравнений методами операционного исчисления (У-2); исследовать устойчивость стационарных решений систем дифференциальных уравнений (У-3); составлять дифференциальные уравнения для решения прикладных задач, модифицировать известные модели (У-4).</p> <p><b>Владеть:</b> навыками вычислений необходимыми для решения линейных систем дифференциальных уравнений (Н-1); терминологией, применяемой при решении и анализе систем дифференциальных уравнений (Н-2); навыками составления и решения дифференциальных уравнений (Н-3)..</p>

## **2. Место дисциплины в структуре образовательной программы<sup>1</sup>**

Дисциплина относится к обязательным дисциплинам основной части. Код дисциплины по учебному плану Б1.О.14. Дисциплина изучается на 2 курсе в 4-ом семестре.

В методическом плане дисциплина опирается на элементы компетенций, сформированные при изучении дисциплины «Математика».

Полученные в процессе изучения дисциплины «Методы анализа и решения систем дифференциальных уравнений» знания, умения и навыки могут быть использованы при изучении дисциплины «Моделирование систем» и ряда других, а также в научно-исследовательской работе и при выполнении выпускной квалификационной работы.

---

<sup>1</sup> Место дисциплины будет учитываться при заполнении таблицы 1 в Приложении 1 (Фонд оценочных средств)

### 3. Объем дисциплины

Вид учебной работы	Всего, академических часов
	Очная форма обучения
<b>Общая трудоемкость дисциплины</b> (зачетных единиц/ академических часов)	4/144
<b>Контактная работа с преподавателем:</b>	<b>60</b>
занятия лекционного типа	18
занятия семинарского типа, в т.ч.	36
семинары, практические занятия	36
лабораторные работы	
курсовое проектирование (КР или КП)	..
КСР	6
другие виды контактной работы	..
<b>Самостоятельная работа</b>	<b>48</b>
<b>Контроль</b>	<b>36</b>
<b>Форма текущего контроля</b> (Кр, реферат, РГР, эссе)	<b>3 Кр, 1 РГР</b>
<b>Форма промежуточной аттестации</b> (КР, КП , зачет, экзамен)	Экзамен

### 4. Содержание дисциплины

#### 4.1. Разделы дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Занятия лекционного типа, акад. часы	Занятия семинарского типа, академ. часы		Самостоятельная работа, акад. часы	Формируемые компетенции
			Семинары и/или практические занятия	Лабораторные работы		
1.	Системы дифференциальных уравнений, описывающие технические системы, природные или социальные явления.	4	2		8	ОПК-8
2.	Линейные системы дифференциальных уравнений: методы решения.	8	20		16	ОПК-8
3.	Анализ устойчивости решений систем дифференциальных уравнений	6	14		12	ОПК-8

## 4.2 Формирование индикаторов достижения компетенций разделами дисциплины

№ п/п	Код индикаторов достижения компетенции	Наименование раздела дисциплины
1	ОПК-8.1	Системы дифференциальных уравнений, описывающие технические системы, природные или социальные явления.
2	ОПК-8.1	Линейные системы дифференциальных уравнений: методы решения.
3	ОПК-8.1	Анализ устойчивости решений систем дифференциальных уравнений

## 4.3. Занятия лекционного типа

№ раздела дисциплины	Наименование темы и краткое содержание занятия	Объем, акад. часы	Инновационная форма
1	Примеры прикладных задач, приводящихся к решению систем дифференциальных уравнений. Некоторые классические модели естествознания.	4	Разбор конкретных ситуаций
2	Связь систем дифференциальных уравнений с дифференциальными уравнениями высших порядков. Системы линейных дифференциальных уравнений, их матричное представление.	2	
2	Преобразование Лапласа и его свойства.	2	
2	Решение систем линейных дифференциальных уравнений операционным методом.	2	
2	Матричные методы решения систем линейных дифференциальных уравнений.	2	
3	Понятие точки неподвижности, примеры. Устойчивость по Ляпунову и асимптотическая устойчивость. Устойчивость стационарного решения линейных систем.	2	Проблемная лекция
3	Нелинейные системы дифференциальных уравнений. Линеаризация нелинейных систем. Анализ устойчивости по линейному приближению. Метод Ляпунова.	2	
3	Основные подходы к численному анализу поведения сложных систем. Проблемы численного моделирования.	2	
<b>Итого</b>		<b>18</b>	

## 4.4 Занятия семинарского типа

### 4.4.1. Семинары, практические занятия

№ раздела дисциплины	Наименование темы и краткое содержание занятия	Объем, акад. часы	Инновационная форма
1	Задачи на составление дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений.	2	Групповая дискуссия

№ раздела дисциплины	Наименование темы и краткое содержание занятия	Объем, акад. часы	Инновационная форма
2	Решение систем линейных дифференциальных уравнений методом исключения.	2	-
2	Преобразование Лапласа и его обращение.	4	-
2	Операционный метод решения систем дифференциальных уравнений.	4	Разбор конкретных ситуаций
2	Нахождение собственных чисел и собственных столбцов матрицы. Приведение матрицы к диагональному виду.	2	
2	Решение систем линейных дифференциальных уравнений матричным методом.	6	-
2	Классификация точек неподвижности в двумерном случае.	2	-
3	Нелинейные системы дифференциальных уравнений. Нахождение точек неподвижности.	2	-
3	Линеаризация нелинейных систем в окрестности заданной точки. Анализ устойчивости стационарных состояний по линейному приближению.	4	
3	Оценка устойчивости стационарного решения нелинейной системы с помощью функции Ляпунова.	4	Мозговой штурм
3	Компьютерные методы решения и анализа нелинейных систем дифференциальных уравнений.	4	
<b>Итого</b>		<b>36</b>	

#### 4.4.2. Лабораторные занятия

№ раздела дисциплины	Наименование темы и краткое содержание занятия	Объем, акад. часы	Примечание
не предусмотрены			

#### 4.5. Самостоятельная работа обучающихся

№ раздела дисциплины	Перечень вопросов для самостоятельного изучения	Объем, акад. часы	Форма контроля
1	Составление моделей физико-химических, биологических, экологических процессов.	8	РГР, вопросы к экзамену
2	Матричные и операционные методы решения линейных систем дифференциальных уравнений. Нахождение экспоненты матрицы.	16	Кр 1, 2, вопросы к экзамену
3	Классификация особых точек. Численные методы анализа систем дифференциальных уравнений.	12	Кр 3, РГР
<b>Итого</b>		<b>36</b>	

## **5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине**

Методические указания для обучающихся по организации самостоятельной работы по дисциплине, включая перечень тем самостоятельной работы, формы текущего контроля по дисциплине и требования к их выполнению размещены в электронной информационно-образовательной среде СПбГТИ(ТУ) на сайте Медиа: <http://media.technolog.edu.ru>

## **6. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации**

Своевременное выполнение обучающимся мероприятий текущего контроля позволяет превысить (достигнуть) пороговый уровень («удовлетворительно») освоения предусмотренных элементов компетенций.

Результаты дисциплины считаются достигнутыми, если для всех элементов компетенций превышен (достигнут) пороговый уровень освоения компетенции на данном этапе.

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме экзамена. К сдаче экзамена допускаются студенты, выполнившие все формы текущего контроля.

Экзамен предусматривают выборочную проверку освоения предусмотренных элементов компетенций и комплектуются вопросами (заданиями) двух видов: теоретический вопрос (для проверки знаний) и практическое задание (для проверки умений и навыков).

При сдаче экзамена, студент получает два вопроса из перечня вопросов и одно практическое задание, время подготовки студента к устному ответу — до 45 мин.

Фонд оценочных средств по дисциплине представлен в Приложении № 1.

## **7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

### **а) печатные издания:**

1. Демидович, Б. П. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения: Учебное пособие / Б. П. Демидович, И. А. Марон, Э. З. Шувалова – СПб.: Лань, 2008. - 400 с.
2. Демидович, Б. П. Дифференциальные уравнения: учебное пособие / Б. П. Демидович, В. П. Моденов. – СПб.; М.; Краснодар: Лань, 2008. – 276 с.
3. Курс математики для технических высших учебных заведений: учебное пособие для вузов по инженерно-техническим специальностям / Н. А. Берков [и др.]. - СПб.; М.; Краснодар: Лань. - Ч. 3: Дифференциальные уравнения. Уравнения математической физики. Теория оптимизации / Под ред.: В. Б. Миносцева, Е. А. Пушкаря. - 2-е изд., испр. - 2013. - 528 с.

### **б) электронные учебные издания:**

1. Фаттахова, М. В. Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка. Решение задач: Методические указания / М. В. Фаттахова, М. Б. Купчиненко, Н. М. Климовицкая. - СПбГТИ(ТУ). Каф. высш. математики. - СПб.: 2009. – 65 с. <https://technolog.bibbiotech.ru>
2. Шаляпина, О. В. Обыкновенные дифференциальные уравнения : учебное пособие / О. В. Шаляпина, В. С. Капитонов ; СПб., СПбГТИ(ТУ). Каф. математики. -, 2013. – 38 [chttps://technolog.bibbiotech.ru](https://technolog.bibbiotech.ru)

## **8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

учебный план, РПД и учебно-методические материалы: <http://media.technolog.edu.ru>

электронно-библиотечные системы:

«Электронный читальный зал – БиблиоТех» <https://technolog.bibliotech.ru/>;

«Лань» <https://e.lanbook.com/books/>.

## **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Все виды занятий по дисциплине «Методы анализа и решения систем дифференциальных уравнений» проводятся в соответствии с требованиями следующих СТП:

СТП СПбГТИ 040-02. КС УКДВ. Виды учебных занятий. Лекция. Общие требования;

СТО СПбГТИ 018-2014. КС УКДВ. Виды учебных занятий. Семинары и практические занятия. Общие требования к организации и проведению.

СТП СПбГТИ 048-2009. КС УКВД. Виды учебных занятий. Самостоятельная планируемая работа студентов. Общие требования к организации и проведению.

СТП СПбГТИ 016-2015. КС УКВД. Порядок проведения зачетов и экзаменов.

Планирование времени, необходимого на изучение данной дисциплины, лучше всего осуществлять на весь семестр, предусматривая при этом регулярное повторение пройденного материала.

Основными условиями правильной организации учебного процесса для студентов является:

- плановость в организации учебной работы;
- серьезное отношение к изучению материала;
- постоянный самоконтроль.

На занятия студент должен приходить, имея багаж знаний и вопросов по уже изученному материалу.

## **10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

### **10.1. Информационные технологии**

В учебном процессе по данной дисциплине предусмотрено использование информационных технологий:

- чтение лекций с использованием слайд-презентаций;
- взаимодействие с обучающимися посредством ЭОИС.

### **10.2. Программное обеспечение**

При выполнении РГР студенты используют пакет прикладных программ Mathcad.

### **10.3. Базы данных и информационные справочные системы**

[wolframalpha.com/examples/mathematics](http://wolframalpha.com/examples/mathematics)

## **11. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Для ведения лекционных и практических занятий используются аудитории кафедры математики.

При изучении соответствующих разделов курса используется компьютерный класс, оборудованный 16 персональными компьютерами, объединенными в сеть.

## **12. Особенности освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья**

Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями учебные процесс осуществляется в соответствии с Положением об организации учебного процесса для обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья СПбГТИ(ТУ), утвержденным ректором 28.08.2014 г.

**Фонд оценочных средств**  
для проведения промежуточной аттестации по  
дисциплине «Методы анализа и решения систем дифференциальных уравнений»

**1. Перечень компетенций и этапов их формирования.**

<b>Компетенции</b>		
<b>Индекс</b>	<b>Формулировка<sup>2</sup></b>	<b>Этап формирования<sup>3</sup></b>
ОПК-8	<b>Способен принимать научно обоснованные решения в области системного анализа и автоматического управления на основе знаний профильных разделов математики, физики, информатики, методов системного и функционального анализа, теории управления и теории знаний</b>	промежуточный

---

<sup>2</sup> **жирным шрифтом** выделена та часть компетенции, которая формируется в ходе изучения данной дисциплины (если компетенция осваивается полностью, то фрагменты)

<sup>3</sup> этап формирования компетенции выбирается по п.2 РПД и учебному плану (начальный – если нет предшествующих дисциплин, итоговый – если нет последующих дисциплин (или компетенция не формируется в ходе практики или ГИА), промежуточный - все другие.)

## 2. Показатели и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования, шкала оценивания

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Показатели сформированности (дескрипторы)	Критерий оценивания	Уровни сформированности (описание выраженности дескрипторов)		
			«удовлетворительно» (пороговый)	«хорошо» (средний)	«отлично» (высокий)
<b>ОПК-8.1</b> Применение методов анализа и решения систем дифференциальных уравнений для решения прикладных задач в профессиональной деятельности.	Знает основные понятия и теоремы о системах дифференциальных уравнений (ЗН-1)	Ответы на вопросы №№ 2 и 3 к экзамену.	Излагает определения основных понятий и формулирует теоремы, допуская существенные неточности, затрудняясь в установлении связи с конкретными примерами.	Излагает определения основных понятий и формулирует теоремы, допуская незначительные неточности. Применяет теоретические сведения к конкретным задачам	Даёт точные определения основных понятий и формулировки теорем. Аккуратно обосновывает применение теории на конкретных примерах.
	Знает методы решения линейных систем дифференциальных уравнений (ЗН-2)	Ответы на вопросы №№ 2, 5, 6, 7 к экзамену. Выполнение Кр 1 и Кр 2.	Излагает теоретические основы методов решения линейных систем, допуская неточности. При применении методов к конкретным задачам допускает отдельные ошибки.	Излагает теоретические основы методов решения линейных систем и применяет их к конкретным задачам, допуская ошибки в вычислениях и неточности в обосновании.	Подробно излагает теоретические основы методов решения линейных систем. Применяя методы к конкретным задачам, обоснованно получает верные результаты.
	Знает основные понятия и правила операционного исчисления (ЗН-3)	Кр 2. Ответы на вопросы №№ 4, 5 к экзамену. Выполнение РГР.	Разъясняет основные понятия операционного исчисления, выписывает важнейшие формулы. Затрудняется с обоснованием правил, допускает отдельные ошибки при решении задач.	Разъясняет основные понятия операционного исчисления, выписывает важнейшие формулы, допуская отдельные неточности. Не всегда корректно обосновывает применение методов к конкретным задачам.	Даёт определения основных понятий, обосновывает формулы и правила. Даёт подробное обоснование применения методов операционного исчисления к решению линейных систем.

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Показатели сформированности (дескрипторы)	Критерий оценивания	Уровни сформированности (описание выраженности дескрипторов)		
			«удовлетворительно» (пороговый)	«хорошо» (средний)	«отлично» (высокий)
	Знает определение понятия устойчивости и условия устойчивости стационарного решения для линейных и нелинейных систем дифференциальных уравнений (ЗН-4)	Кр 3. Ответ на вопросы №№ 9-13 к экзамену. Выполнение РГР.	Ограничивается описанием общего смысла понятия устойчивости. Давая определение, допускает ошибки. Излагает формулировки теорем об устойчивости, допуская существенные неточности.	Даёт определение понятия устойчивости решения, допуская отдельные неточности. Объясняет общий смысл понятия. Излагает формулировки теорем об устойчивости, допуская неточности при применении их к конкретным примерам.	Даёт точное определение понятия, разъясняя различие между асимптотической устойчивостью и устойчивостью по Ляпунову. Точно формулирует теоремы об устойчивости решений, правильно проверяет их условия в конкретных примерах.
	Знает важнейшие классические модели технических систем, природных и социальных явлений (ЗН-5)	Ответ на вопрос № 1 к экзамену.	Знает важнейшие математические модели реальных процессов. Затрудняется в объяснении деталей их построения.	Знает вывод известных систем дифференциальных уравнений, описывающих реальные процессы, допускает неточности при объяснении их вывода.	Знает важнейшие математические модели реальных процессов, может детально объяснить их построение.
	находит решения линейных систем дифференциальных уравнений методом исключения и матричным методом (У-1)	Ответ на вопросы №№ 2, 6, 8 к экзамену, выполнение Кр № 1.	Применяет метод исключения и матричный метод к решению систем второго порядка, допуская незначительные ошибки. Затрудняется с применением методов к системам высокого порядка.	Применяет метод исключения и матричный метод к системам второго и третьего порядка, допуская вычислительные ошибки и отдельные неточности в обосновании решения и записи ответа.	Применяет метод исключения и матричный метод к системам второго и третьего порядка, обоснованно получая верный результат и корректно записывая ответ.

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Показатели сформированности (дескрипторы)	Критерий оценивания	Уровни сформированности (описание выраженности дескрипторов)		
			«удовлетворительно» (пороговый)	«хорошо» (средний)	«отлично» (высокий)
	Находит решения линейных систем дифференциальных уравнений методами операционного исчисления (У-2)	№№ 4, 5 к экзамену. Выполнение РГР	Находит решения линейных систем методами операционного исчисления, допуская ошибки.	Находит решения линейных систем методами операционного исчисления, допуская неточности. Затрудняется в решении сложных задач.	Корректно применяет методы операционного исчисления к решению линейных систем, получая верные результаты.
	Исследует устойчивость стационарных решений систем дифференциальных уравнений (У-3)	Ответ на вопросы №№ 9-13 к экзамену. Выполнение РГР.	Умеет определять устойчивость решений дифференциальных уравнений, допуская ошибки в вычислениях и неточности в обосновании результата.	Умеет определять устойчивость решений дифференциальных уравнений, допуская неточности в обосновании результата	Умеет определять устойчивость решений дифференциальных уравнений, обоснованно получая верный результат.
	Составляет дифференциальные уравнения для решения прикладных задач, умеет модифицировать известные модели (У-4)	Ответ на вопрос № 1 к экзамену. Выполнение РГР.	Умеет по условию задачи составить систему дифференциальных уравнений. Опирается на известные модели, допускает ошибки и неточности.	Опираясь на известные модели, может составить систему дифференциальных уравнений, моделирующих описанную ситуацию. На основании решения системы может делать выводы об особенностях процесса, допуская некоторые неточности.	Может составлять системы дифференциальных уравнений, проявляя самостоятельность мышления. Готов модифицировать уравнения для различных вариантов условия задачи.

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Показатели сформированности (дескрипторы)	Критерий оценивания	Уровни сформированности (описание выраженности дескрипторов)		
			«удовлетворительно» (пороговый)	«хорошо» (средний)	«отлично» (высокий)
	Владеет навыками вычислений необходимыми для решения линейных систем дифференциальных уравнений (Н-1)	Выполнение Кр № 1, Кр № 2, РГР.	Находит производные и интегралы функций, собственные числа и собственные столбцы матриц, изображения заданных функций и оригиналы по изображениям. Допускает отдельные ошибки, испытывает затруднения в сложных вычислениях.	Находит производные и интегралы функций, собственные числа и собственные столбцы матриц, изображения заданных функций и оригиналы по изображениям. В сложных вычислениях допускает ошибки.	Находит производные и интегралы функций, собственные числа и собственные столбцы матриц, изображения заданных функций и оригиналы по изображениям. Получает верные результаты в относительно сложных вычислениях.
	Владеет терминологией, применяемой при решении и анализе систем дифференциальных уравнений (Н-2).	Ответ на вопросы №№ 2, 3, 8, 10, 14.	Даёт определения основных понятий, допуская неточности. В ряде случаев ограничивается объяснением общего смысла терминов.	Даёт определения основных понятий и объясняет их содержательный смысл, допускает неточности в применении терминологии к конкретным случаям.	Даёт точные определения основных понятий, объясняя их содержательный смысл, корректно применяет терминологию в конкретных примерах.

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Показатели сформированности (дескрипторы)	Критерий оценивания	Уровни сформированности (описание выраженности дескрипторов)		
			«удовлетворительно» (пороговый)	«хорошо» (средний)	«отлично» (высокий)
	Владеет навыками составления и решения дифференциальных уравнений (Н-3).	Ответ на вопрос № 1 к экзамену. Выполнение РГР.	По тексту задачи может составить систему дифференциальных уравнений и, решив её, сделать выводы об особенностях моделируемого процесса. Допускает ошибки и неточности в обосновании. Некоторые шаги делает, получая указания преподавателя.	По тексту задачи может самостоятельно составить систему дифференциальных уравнений и, решив её, сделать выводы об особенностях моделируемого процесса. Допускает вычислительные ошибки и неточности в рассуждениях.	По тексту задачи может самостоятельно составить систему дифференциальных уравнений и, решив её, сделать выводы об особенностях моделируемого процесса. Подробно разъясняет все шаги решения задачи.

Шкала оценивания соответствует СТО СПбГТИ(ТУ):

по дисциплине промежуточная аттестация проводится в форме экзамена шкала оценивания – балльная.

### 3. Типовые контрольные задания для проведения промежуточной аттестации

#### 3.1 Вопросы к экзамену

1. Вывод простейших уравнений, моделирующих природные или технические системы (по выбору).
2. Системы дифференциальных уравнений. Связь между системами дифференциальных уравнений и уравнениями высших порядков.
3. Системы линейных дифференциальных уравнений. Матричная форма представления. Принцип суперпозиции. Задача Коши. Общее решение.
4. Преобразование Лапласа. Оригиналы и изображения. Основные свойства преобразования Лапласа (линейность, правило сдвига, дифференцирование и интегрирование изображений).
5. Преобразование Лапласа. Дифференцирование и интегрирование оригиналов. Операция свёртки, изображение свёртки.
6. Обращение преобразования Лапласа. Решение линейных систем операционным методом.
7. Собственные числа и собственные векторы матрицы, их геометрический смысл для систем линейных дифференциальных уравнений.
8. Матричный метод решения систем линейных дифференциальных уравнений.
9. Определение устойчивости решения системы дифференциальных уравнений по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость.
10. Устойчивость стационарных состояний. Анализ устойчивости линейных систем.
11. Нелинейные системы. Точки неподвижности. Линеаризация нелинейных систем в окрестности точки неподвижности.
12. Исследование устойчивости нелинейных систем по линейному приближению.
13. Метод функций Ляпунова для исследования устойчивости.
14. Понятие бифуркации для нелинейных систем.

К экзамену допускаются студенты, выполнившие все формы текущего контроля. При сдаче экзамена, студент получает два вопроса из перечня, приведенного выше, и практическое задание аналогичное заданиям контрольных работ и РГР, приведённым ниже. Время подготовки студента к устному ответу на вопросы - до 45 мин.

#### 3.2 Состав контрольных работ

##### Типовой вариант контрольной работы № 1

1. Приведите систему к нормальному виду и запишите в матричной форме.

$$\begin{cases} \ddot{x} = 2x + y + \dot{x} + 2\dot{y} + 2t, \\ \ddot{y} = x + 5y + 3\dot{y} + 4. \end{cases}$$

2. Найдите решение задачи Коши матричным методом.

$$\begin{cases} \dot{x} = 4x + 3, \\ \dot{y} = x + 2y; \\ x(0) = -1, \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

3. Приведите систему к диагональному виду и найдите её общее решение.

$$\begin{cases} \dot{x} = x + y + \cos t, \\ \dot{y} = 3x - y - \sin t. \end{cases}$$

4. Решите систему методом исключения, сведя её к одному уравнению второго порядка.

$$\begin{cases} \dot{x} = 2x + y - \cos 3t, \\ \dot{y} = -x + 4y + \sin 3t. \end{cases}$$

### **Типовой вариант контрольной работы № 2**

1. Выполните преобразование Лапласа для заданной функции (найдите её изображение)

$$f(t) = t^2 \cdot e^{3t} + 3 \cos 2t$$

2. Восстановите оригинал функции по её изображению

$$\hat{f}(p) = \frac{p - 2}{(p + 1)(p^2 + 4)}$$

3. Методами операционного исчисления решите задачу Коши для системы дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = 3x - 3y + 2, \\ \dot{y} = x - y + t; \\ x(0) = 2, \\ y(0) = -1. \end{cases}$$

### **Типовой вариант контрольной работы № 3**

1. Исследуйте устойчивость нулевого решения системы дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = -7x - 10y, \\ \dot{y} = 3x + 4y, \\ \dot{z} = 8x - 4y - z. \end{cases}$$

2. Найдите стационарные состояния (точки неподвижности) системы. сделайте вывод об устойчивости каждого из стационарных состояний. В окрестности каждого стационарного решения составьте линеаризованную систему (первое приближение).

$$\dot{x} = -12x - 4x^2 + x^3$$

3. Найдите стационарные состояния (точки неподвижности) системы. В окрестности каждого стационарного решения составьте линеаризованную систему. По линейному приближению сделайте вывод об устойчивости каждого из стационарных состояний.

$$\begin{cases} \dot{x} = (y - 2x)^2 - 4, \\ \dot{y} = 1 - x^2 + y. \end{cases}$$

### 3.3 Содержание расчётно-графической работы (типовой вариант)

#### Задание № 1

1. По заданному условию составить математическую модель процесса (дифференциальное уравнение или систему дифференциальных уравнений).
2. Найти решение математической задачи.
3. Сделать вывод об особенностях моделируемого процесса.

Некоторое вещество  $A$  разлагается на два вещества  $P$  и  $Q$ . Скорость образования каждого из них пропорциональна количеству неразложенного вещества. Пусть  $x$  и  $y$  — количества  $P$  и  $Q$ , образовавшихся к моменту времени  $t$ . Определите закон их изменений, зная, что в начальный момент  $x(0) = 0$  и  $y(0) = 0$ , а в момент  $t = 1$

$$x(1) = \frac{3}{8}c, \quad y(1) = \frac{1}{8}c,$$

где  $c$  — первоначальное количество вещества  $A$ .

#### Задание № 2

Определите устойчивость нулевого решения и тип стационарной точки в зависимости от значения параметра  $a$ .

$$\begin{cases} \dot{x} = ax - 2y, \\ \dot{y} = 8x + 2y. \end{cases}$$

#### Задание № 3

Показав, что функция  $L(x,y)$  является функцией Ляпунова для данной системы дифференциальных уравнений, докажите устойчивость нулевого решения этой системы.

$$\begin{cases} \dot{x} = -x^3 - y, \\ \dot{y} = x - y^3, \end{cases} \quad L(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{2}.$$

#### Задание № 4

Проверив, что функция  $V(x,y)$  удовлетворяет условиям теоремы Ляпунова о неустойчивости или условиям теоремы Четаева, докажите неустойчивость нулевого решения данной системы дифференциальных уравнений.

$$\begin{cases} \dot{x} = x^3 - xy^2, \\ \dot{y} = -x^2y + y^3, \end{cases} \quad V(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{2}$$

#### Задание № 5

Построив функцию Ляпунова, докажите устойчивость нулевого решения системы дифференциальных уравнений.

$$\begin{cases} \dot{x} = x + 4y, \\ \dot{y} = -x - 2y. \end{cases}$$

#### Задание № 6

Используя компьютерные методы, построить графики для решения заданной системы дифференциальных уравнений. Сравнить с результатами теоретического исследования.

## **4. Методические материалы для определения процедур оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.**

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в соответствии с требованиями СПб.У.

СТО СПбГТИ(ТУ) 016-2015. КС УКВД. Порядок проведения зачетов и экзаменов.