

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Пекаревский Борис Владимирович
Должность: Проректор по учебной и методической работе
Дата подписания: 22.11.2023 16:24:36
Уникальный программный ключ:
3b89716a1076b80b2c167df0f27c09d01782ba84



МИНОБРНАУКИ РОССИИ

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Санкт-Петербургский государственный технологический институт
(технический университет)»
(СПбГТИ(ТУ))**

УТВЕРЖДАЮ

**Проректор по учебной и
методической работе**

Б. В. Пекаревский

«14» апреля 2021 года

Рабочая программа дисциплины

Математическое моделирование, функциональный анализ

Направление подготовки

27.04.03 Системный анализ и управление

Направленность программы магистратуры

Системный анализ и управление в организационных системах

Квалификация

Магистр

Форма обучения

Очная

Факультет: **информационных технологий и управления**

Кафедра **математики**

Санкт-Петербург

2021

СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы	3
2. Место дисциплины в структуре образовательной программы	4
3. Объем дисциплины.....	4
4. Содержание дисциплины.....	5
4.1. Разделы дисциплины и виды занятий	5
4.2. Формирование индикаторов достижения компетенций разделами дисциплины	5
4.3. Занятия лекционного типа	5
4.4. Занятия семинарского типа	6
4.5. Самостоятельная работа обучающихся.....	7
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине	7
6. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации	7
7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины	8
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины	8
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.....	8
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине	9
10.1. Информационные технологии.....	9
10.2. Программное обеспечение.....	9
10.3. Базы данных и информационные справочные системы	9
11. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине	9
12. Особенности освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья	9
Фонд оценочных средств	10

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения (дескрипторы)
ОПК-6 Способен применять методы математического, функционального и системного анализа для решения задач моделирования, исследования и синтеза автоматического управления техническими объектами	ОПК-6.2 Применение математического моделирования и функционального анализа для решения задач автоматического управления	Знать: Знает терминологию и основные факты теории линейных операторов и интегральных уравнений. Знает применение этой теории для исследования сложных автоматических систем (ЗН-1). Уметь: Умеет находить методы исследования и решения некоторых типов интегральных уравнений (У-1). Владеть: Владеет навыками решения некоторых типов интегральных уравнений (Н-1).

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы¹

Дисциплина относится к дисциплинам обязательной части. Код дисциплины по учебному плану Б1.О.07. Дисциплина изучается на первом курсе (1 семестр).

Дисциплина опирается на математические знания студентов, приобретенные ими при изучении алгебры и геометрии, математического анализа и функционального анализа.

Знания, навыки и умения, приобретённые при изучении дисциплины «Математическое моделирование, функциональный анализ», необходимы при постановке и решении прикладных задач дисциплин профессионального цикла при работе над ВКР, а также в научно-исследовательской работе.

3. Объем дисциплины

Вид учебной работы	Всего, академических часов
	Очная форма обучения
Общая трудоемкость дисциплины (зачетных единиц/ академических часов)	3/108
Контактная работа с преподавателем:	60
занятия лекционного типа	10
занятия семинарского типа, в т.ч.	40
семинары, практические занятия	20
лабораторные работы	20
курсовое проектирование (КР или КП)	..
КСР	10
другие виды контактной работы	..
Самостоятельная работа	48
Контроль	
Форма текущего контроля (Кр, Лаб, реферат, РГР, эссе)	8 Лаб
Форма промежуточной аттестации (Кр, КП, зачет, экзамен)	зачет

¹ Место дисциплины будет учитываться при заполнении таблицы 1 в Приложении 1 (Фонд оценочных средств)

4. Содержание дисциплины

4.1. Разделы дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Занятия лекционного типа, акад. часы	Занятия семинарского типа, акад. часы		Самостоятельная работа, акад. часы	Формируемые компетенции
			Семинары и/или практические занятия	Лабораторные работы		
1.	Основные понятия функционального анализа	2		2	10	ОПК-6
2.	Линейные отображения в пространствах со скалярным произведением.	2	5	2	6	ОПК-6
3.	Линейные операторы.	2	5		10	ОПК-6
4.	Интегральные операторы Фредгольма и Вольтерра.	2	4		10	ОПК-6
5.	Способы решения интегральных уравнений	2	6	16	12	ОПК-6
	Итого	10	20	20	48	

4.2 Формирование индикаторов достижения компетенций разделами дисциплины

№ п/п	Код индикаторов достижения компетенции	Наименование раздела дисциплины
1	ОПК-6.2	Основные понятия функционального анализа
2	ОПК-6.2	Линейные отображения в пространствах со скалярным произведением.
3	ОПК-6.2	Линейные операторы.
4	ОПК-6.2	Интегральные операторы Фредгольма и Вольтерра.
5	ОПК-6.2	Способы решения интегральных уравнений

4.3. Занятия лекционного типа

№ раздела дисциплины	Наименование темы и краткое содержание занятия	Объем, акад. часы	Инновационная форма
1	Основные понятия функционального анализа. Нормированные пространства. Норма линейного отображения.	2	Разбор конкретных ситуаций
2	Линейные отображения в пространствах со скалярным произведением. Сопряженное линейное отображение.	2	
3	Линейные операторы. Спектр. Резольвента. Сопряженные и положительно определенные	2	

№ раздела дисциплины	Наименование темы и краткое содержание занятия	Объем, акад. часы	Инновационная форма
	операторы. Компактные операторы.		
4	Интегральные операторы Фредгольма и Вольтерра. Интегральные уравнения. Альтернатива Фредгольма.	2	
5	Способы решения интегральных уравнений.	2	
	ИТОГО	10	

4.4 Занятия семинарского типа

4.4.1. Семинары, практические занятия

№ раздела дисциплины	Наименование темы и краткое содержание занятия	Объем, акад. часы	Инновационная форма
2, 3	Собственные числа и собственные векторы линейного оператора. Примеры. Линейная независимость собственных векторов, принадлежащих различным собственным числам.	4	Разбор конкретных ситуаций
2, 3	Нормальный линейный оператор. Ортогональность собственных векторов, принадлежащих различным собственным числам. Примеры.	4	-
2, 3, 4	Спектр оператора. Различие конечномерного и бесконечномерного случаев. Самосопряженный оператор.	2	
2, 3, 4	Компактность. Компактные операторы. Примеры. Теорема Гильберта – Шмидта.	4	-
5	Способы решения интегральных уравнений.	6	Разбор конкретных ситуаций
	ИТОГО	20	

4.4.2. Лабораторные занятия

№ раздела дисциплины	Наименование темы и краткое содержание занятия	Объем, акад. часы	Примечание
1	Решение задачи Коши методом итераций	2	
1, 2	Решение системы линейных алгебраических уравнений методом итераций	2	
4, 5	Сведение уравнения Вольтерра к обыкновенному дифференциальному уравнению	2	
4, 5	Решение уравнения Вольтерра с помощью преобразования Лапласа	2	
4, 5	Решение уравнения Фредгольма методом интегрированных ядер	2	
4, 5	Решение уравнения Фредгольма с вырожденным ядром	2	
3, 4, 5	Решение уравнения Фредгольма заменой произвольного ядра вырожденным	4	
3, 4, 5	Методы Ритца и Бубнова – Галеркина для	4	

№ раздела дисциплины	Наименование темы и краткое содержание занятия	Объем, акад. часы	Примечание
	решения интегральных уравнений		
	ИТОГО	20	

4.5. Самостоятельная работа обучающихся

№ раздела дисциплины	Перечень вопросов для самостоятельного изучения	Объем, акад. часы	Форма контроля
1	Метрические и нормированные пространства. Основные понятия. Поиск расстояний в метрических и нормированных пространствах. Сжимающее отображение. Метод итераций для решения различных задач.	10	Лаб № 1, 2, вопросы к зачету
2,3	Линейные операторы. Спектр. Резольвента. Сопряженные и положительно определенные операторы.	14	Лаб № 2, вопросы к зачету
3, 4	Компактность. Компактные операторы. Теорема Гильберта – Шмидта.	12	вопросы к зачету
5	Способы решения интегральных уравнений.	12	Лаб № 3 -- 8, вопросы к зачету
	ИТОГО	48	

5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Методические указания для обучающихся по организации самостоятельной работы по дисциплине, включая перечень тем самостоятельной работы, формы текущего контроля по дисциплине и требования к их выполнению размещены в электронной информационно-образовательной среде СПбГТИ(ТУ) на сайте: <http://media.technolog.edu.ru>

6. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Своевременное выполнение обучающимся мероприятий текущего контроля позволяет превысить (достигнуть) пороговый уровень («удовлетворительно») освоения предусмотренных элементов компетенций.

Результаты дисциплины считаются достигнутыми, если для всех элементов компетенций превышен (достигнут) пороговый уровень освоения компетенции на данном этапе.

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме зачета. К сдаче зачета допускаются студенты, выполнившие все формы текущего контроля.

Зачет предусматривают выборочную проверку освоения предусмотренных элементов компетенций и комплектуются теоретическим вопросом.

При сдаче зачета, студент получает один вопрос из перечня вопросов, время подготовки студента к устному ответу — до 45 мин.

Фонд оценочных средств по дисциплине представлен в Приложении № 1.

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

а) печатные издания:

1. Треногин, В.А. Функциональный анализ: Учебное пособие / В.А. Треногин - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007.-488 с.
2. Дерр, В.Я. Функциональный анализ: лекции и упражнения: Учебное пособие / В.Я. Дерр – М.: КНОРУС, 2013.-464 с.
3. Федоров, В.М. Курс функционального анализа: Учебник для вузов / В.М. Федоров – СПб.: Лань, 2005.-351 с.
4. Демидович, Б.П. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения: Учебное пособие / Б.П. Демидович, И.А. Марон, Э.З. Шувалова – СПб.: Лань, 2008.-400 с.

б) электронные учебные издания:

1. Гуревич, А.П. Сборник задач по функциональному анализу: Учебное пособие / А.П. Гуревич, В.В. Корнев, А.П. Хромов – СПб.: Лань, 2012.- 192 с.

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

учебный план, РПД и учебно-методические материалы: <http://media.technolog.edu.ru>
электронно-библиотечные системы:

«Электронный читальный зал – БиблиоТех» <https://technolog.bibliotech.ru/>;
«Лань» <https://e.lanbook.com/books/>.

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Все виды занятий по дисциплине «Математическое моделирование, функциональный анализ» проводятся в соответствии с требованиями следующих СТП:

СТП СПбГТИ 040-02. КС УКДВ. Виды учебных занятий. Лекция. Общие требования;

СТО СПбГТИ 018-2014. КС УКДВ. Виды учебных занятий. Семинары и практические занятия. Общие требования к организации и проведению.

СТП СПбГТИ 020-211. КС УКДВ. Виды учебных занятий. Лабораторные занятия. Общие требования к организации и проведению.

СТП СПбГТИ 048-2009. КС УКДВ. Виды учебных занятий. Самостоятельная планируемая работа студентов. Общие требования к организации и проведению.

СТП СПбГТИ 016-2015. КС УКДВ. Порядок проведения зачетов и экзаменов.

Планирование времени, необходимого на изучение данной дисциплины, лучше всего осуществлять на весь семестр, предусматривая при этом регулярное повторение пройденного материала.

Основными условиями правильной организации учебного процесса для студентов является:

плановость в организации учебной работы;
серьезное отношение к изучению материала;
постоянный самоконтроль.

На занятия студент должен приходить, имея багаж знаний и вопросов по уже изученному материалу.

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

10.1. Информационные технологии

В учебном процессе по данной дисциплине предусмотрено использование информационных технологий:

- чтение лекций с использованием слайд-презентаций;
- взаимодействие с обучающимися посредством ЭОИС.

10.2. Программное обеспечение

При выполнении РГР студенты используют пакет прикладных программ Mathcad.

10.3. Базы данных и информационные справочные системы

wolphramalpha.com/examples/mathematics

11. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Для ведения лекционных и практических занятий используются аудитории кафедры математики.

Для проведения лабораторных занятий используется компьютерный класс, оборудованный 16 персональными компьютерами, объединенными в сеть.

12. Особенности освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья

Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями учебные процесс осуществляется в соответствии с Положением об организации учебного процесса для обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья СПбГТИ(ТУ), утвержденным ректором 28.08.2014 г.

Фонд оценочных средств
для проведения промежуточной аттестации по
дисциплине «Математическое моделирование, функциональный анализ»

1. Перечень компетенций и этапов их формирования.

Компетенции		
Индекс	Формулировка²	Этап формирования³
ОПК-6	Способен применять методы математического, функционального и системного анализа для решения задач моделирования, исследования и синтеза автоматического управления техническими объектами	промежуточный

² **жирным шрифтом** выделена та часть компетенции, которая формируется в ходе изучения данной дисциплины (если компетенция осваивается полностью, то фрагменты)

³ этап формирования компетенции выбирается по п.2 РПД и учебному плану (начальный – если нет предшествующих дисциплин, итоговый – если нет последующих дисциплин (или компетенция не формируется в ходе практики или ГИА), промежуточный - все другие.)

2. Показатели и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования, шкала оценивания

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Показатели сформированности (дескрипторы)	Критерий оценивания
ОПК-6.2 Применение математического моделирования и функционального анализа для решения задач автоматического управления	Знает терминологию и основные факты теории линейных операторов и интегральных уравнений. Знает применение этой теории для исследования сложных автоматических систем (ЗН-1).	Правильный ответ на зачетный вопрос № 1 -- 14, выполнение Лаб № 1--8.
	Умеет находить методы исследования и решения некоторых типов интегральных уравнений (У-1).	Правильный ответ на зачетный вопрос № 1 -- 14, выполнение Лаб № 1--8.
	Владеет навыками решения некоторых типов интегральных уравнений (Н-1).	Правильный ответ на зачетный вопрос № 1 -- 14, выполнение Лаб № 1--8.

Шкала оценивания соответствует СТО СПбГТИ(ТУ):

если по дисциплине промежуточная аттестация проводится в форме зачета, то результат оценивания – «зачтено», «не зачтено»;

если по дисциплине промежуточная аттестация проводится в форме экзамена и (или) курсового проекта (работы), то шкала оценивания – балльная.

3. Типовые контрольные задания для проведения промежуточной аттестации

3.1 Вопросы для оценки знаний, умений и навыков, сформированных у студента по компетенциям ОПК-6.2

Вопросы к зачету

1. Собственные числа и собственные векторы линейного оператора. Линейная независимость собственных векторов, принадлежащих различным собственным числам.
2. Нормальный линейный оператор. Ортогональность собственных векторов, принадлежащих различным собственным числам.
3. Спектр оператора. Различие конечномерного и бесконечномерного случаев.
4. Самосопряженный оператор. Собственные числа самосопряженного оператора.
5. Решение системы линейных алгебраических уравнений методом итераций.
6. Компактность. Компактные операторы. Примеры. Теорема Гильберта – Шмидта.
7. Интегральные операторы Фредгольма и Вольтерра. Интегральные уравнения. Альтернатива Фредгольма.
8. Сведение уравнения Вольтерра к обыкновенному дифференциальному уравнению.
9. Решение уравнения Вольтерра с помощью преобразования Лапласа.
10. Решение уравнения Фредгольма методом интегрированных ядер.
11. Решение уравнения Фредгольма с вырожденным ядром.
12. Решение уравнения Фредгольма заменой произвольного ядра вырожденным.
13. Метод Ритца для решения интегральных уравнений.
14. Метод Бубнова – Галеркина для решения интегральных уравнений.

К зачету допускаются студенты, выполнившие все формы текущего контроля. При сдаче зачета студент получает один вопрос из перечня, приведенного выше.

Время подготовки студента к устному ответу на вопросы - до 45 мин.

3.2 Содержание лабораторных работ

Содержание Лаб № 1

Дана задача Коши:

$$y' - y \cdot \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x, \quad y(\pi) = -1.$$

Преобразуйте данное дифференциальное уравнение к виду $y=F(y)$, в котором $F(y)$ является сжимающим отображением. Укажите, в каком полном метрическом пространстве задано $F(y)$. С помощью метода последовательных приближений найдите приближенное решение задачи Коши в этом пространстве. Проиллюстрируйте графически сходимость приближений к точному решению.

Содержание Лаб № 2

Дана система линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} 4x + y - 5z = -17, \\ x + 2y + 4z = 3, \\ 2x - y + z = 13. \end{cases}$$

Преобразуйте данную систему к виду $x=F(x)$, в котором $F(x)$ является сжимающим отображением. Укажите, в каком полном метрическом пространстве задано $F(x)$. С помощью метода последовательных приближений найдите приближенное решение системы в этом пространстве. Сравните полученный результат с точным решением системы.

Содержание Лаб № 3

Решите уравнение Вольтерра:

$$y(x) = \int_1^x \frac{x}{t^2} \cdot y(t) dt + x^2,$$

сведя его к обыкновенному дифференциальному уравнению.

Содержание Лаб № 4

Решите, с помощью преобразования Лапласа, уравнение Вольтерра:

$$y(x) = \int_0^x e^{x-t} \cdot y(t) dt + e^{2x} - 2.$$

Содержание Лаб № 5

Решите, методом интегрированных ядер, уравнение Фредгольма:

$$y(x) = \int_0^1 \frac{x}{1+t^2} \cdot y(t) dt + 1 + x^2.$$

Содержание Лаб № 6

Решите уравнение Фредгольма с вырожденным ядром:

$$y(x) = \frac{1}{2} \int_0^\pi (\sin(3x-t) + \sin x) \cdot y(t) dt + 3\pi \cdot \cos 2x.$$

Содержание Лаб № 7

Решите уравнение Фредгольма:

$$y(x) = \int_0^{1/2} \sin xt \cdot y(t) dt + \frac{1}{x} \cdot \left(\cos \frac{x}{2} - 1 \right),$$

заменяя ядро на вырожденное.

Содержание Лаб № 8

Найдите приближенное решение краевой задачи $y'' + (1+x^2)y + 1 = 0, y(-1) = y(1) = 0$ методом Рунге и методом Бунднова -- Галеркина.

4. Методические материалы для определения процедур оценивания знаний, умений, навыков, характеризующих этапы формирования компетенций.

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в соответствии с

требованиями СПб

СТО СПбГТИ(ТУ) 016-2015. КС УКВД. Порядок проведения зачетов и экзаменов.